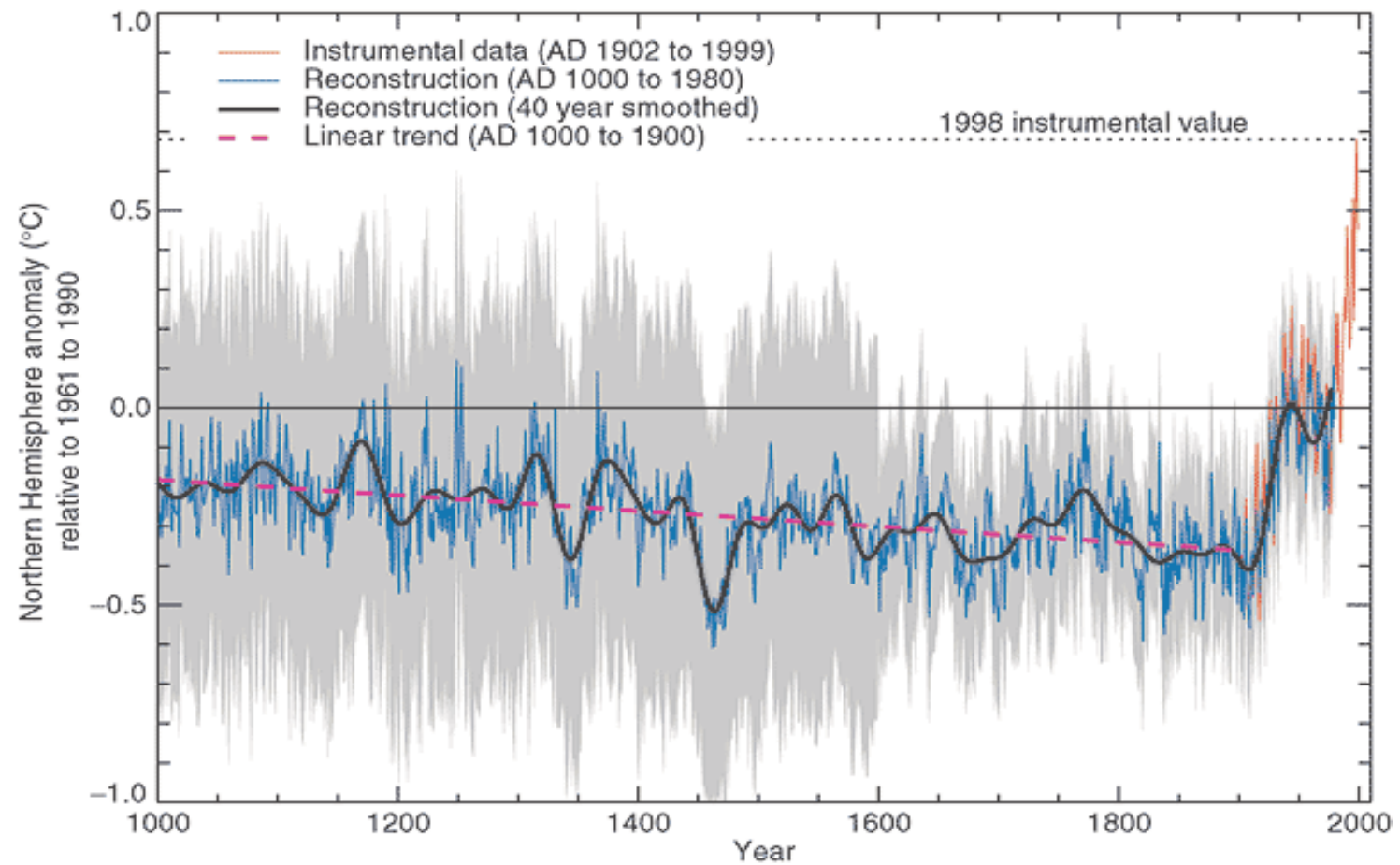


Modélisation Numérique de l'Écoulement Atmosphérique. Météorologie et Climat

Olivier Talagrand
Laboratoire de Météorologie Dynamique, Paris

Colloquium Jacques Morgenstern, Sophia–Antipolis
12 Février 2009



<http://www.ipcc.ch/>

Mann, IPCC, 2001

Changements dans la température, le niveau de la mer et la couverture neigeuse de l'hémisphère nord

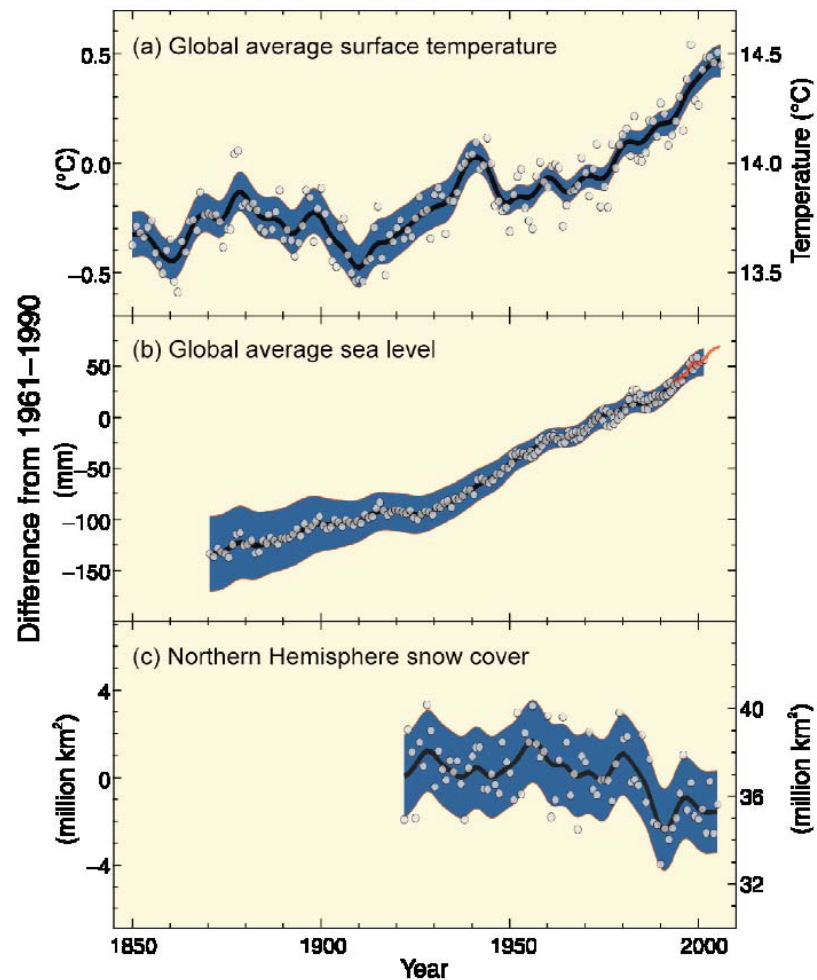
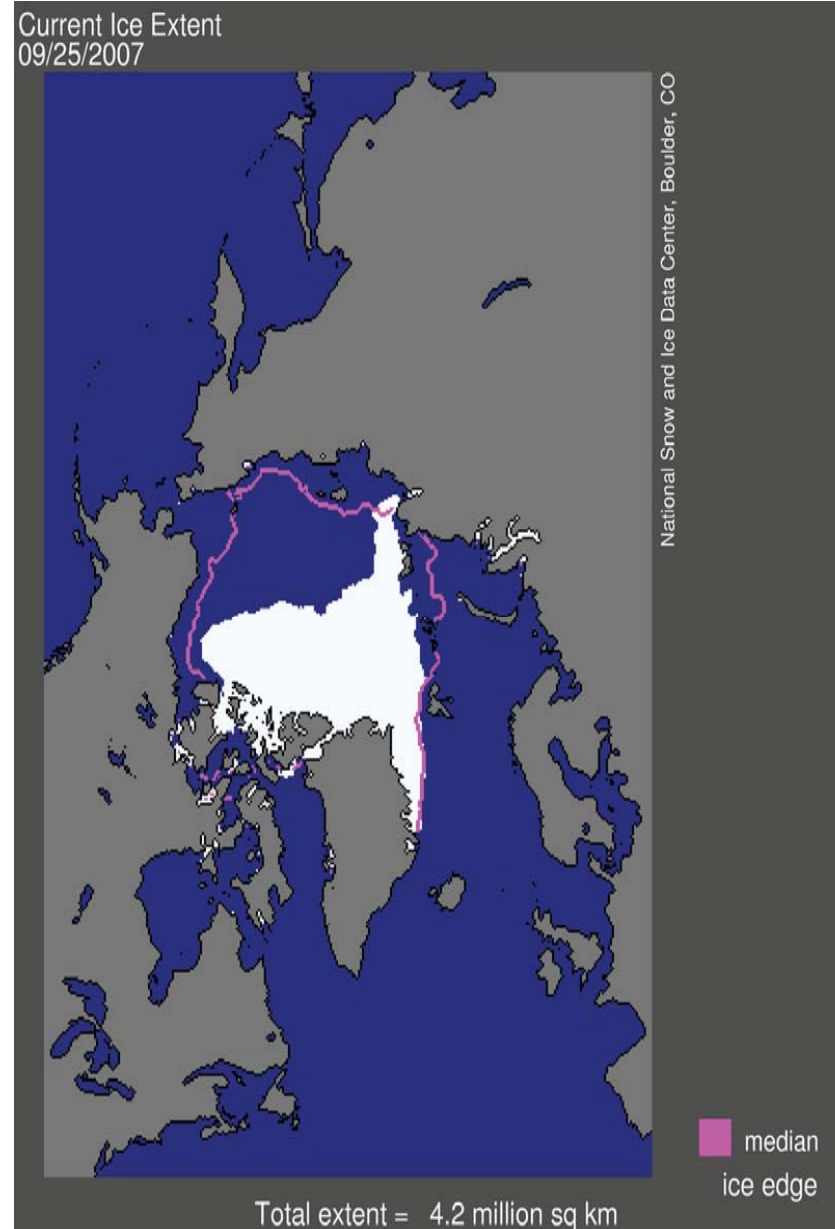


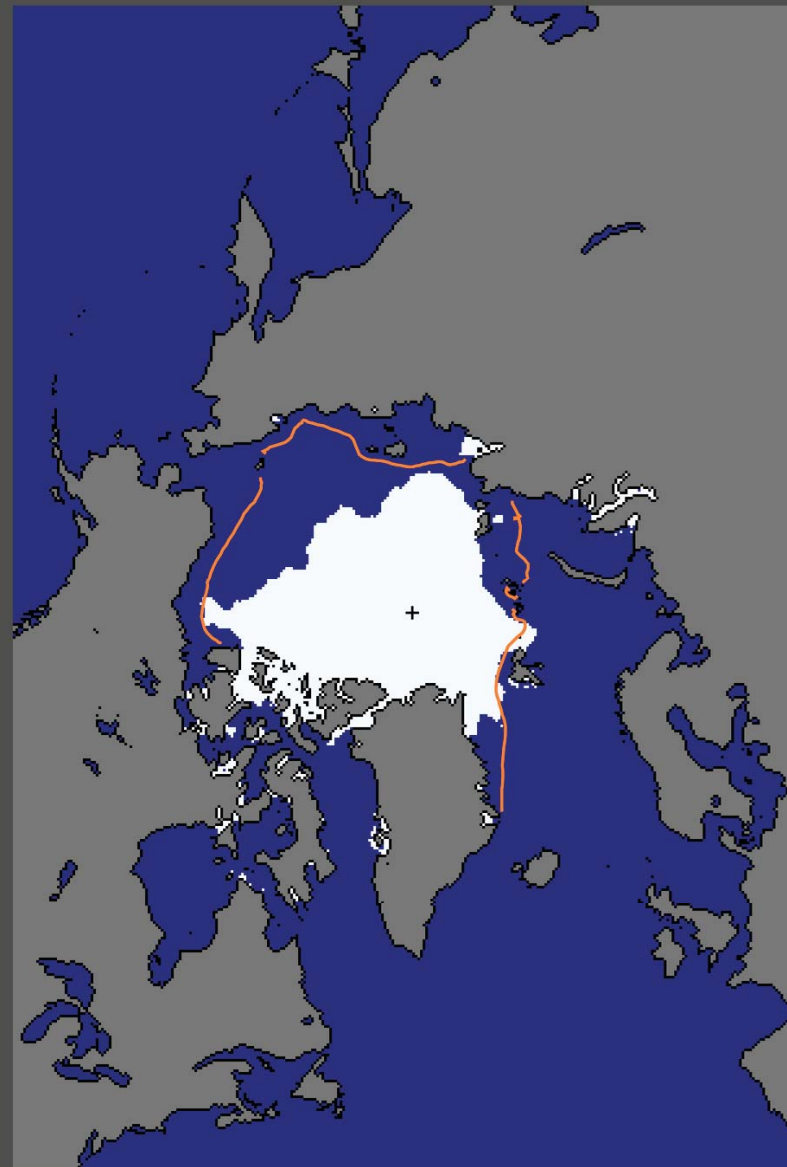
Figure SPM. 1 : Changements observés dans (a) la température de surface en moyenne mondiale ; (b) le niveau moyen mondial de la mer à partir de données provenant de marégraphes (bleu) et de satellites (rouge) et (c) la couverture neigeuse de l'hémisphère nord en mars et avril. Tous les changements sont relatifs aux moyennes correspondantes pour la période 1961-1990. Les courbes lissées représentent les valeurs moyennées sur une décennie, tandis que les cercles indiquent les valeurs annuelles. Les zones ombrées sont les fourchettes d'incertitude estimées à partir d'une analyse exhaustive des incertitudes connues (a et b) et des séries temporelles (c). {Figure 1.1}



http://nsidc.org/news/press/2007_seaiceminimum/20070810_index.html

ligne rouge: limite moyenne pour septembre 1979-2000

Sea Ice Extent
09/26/2008



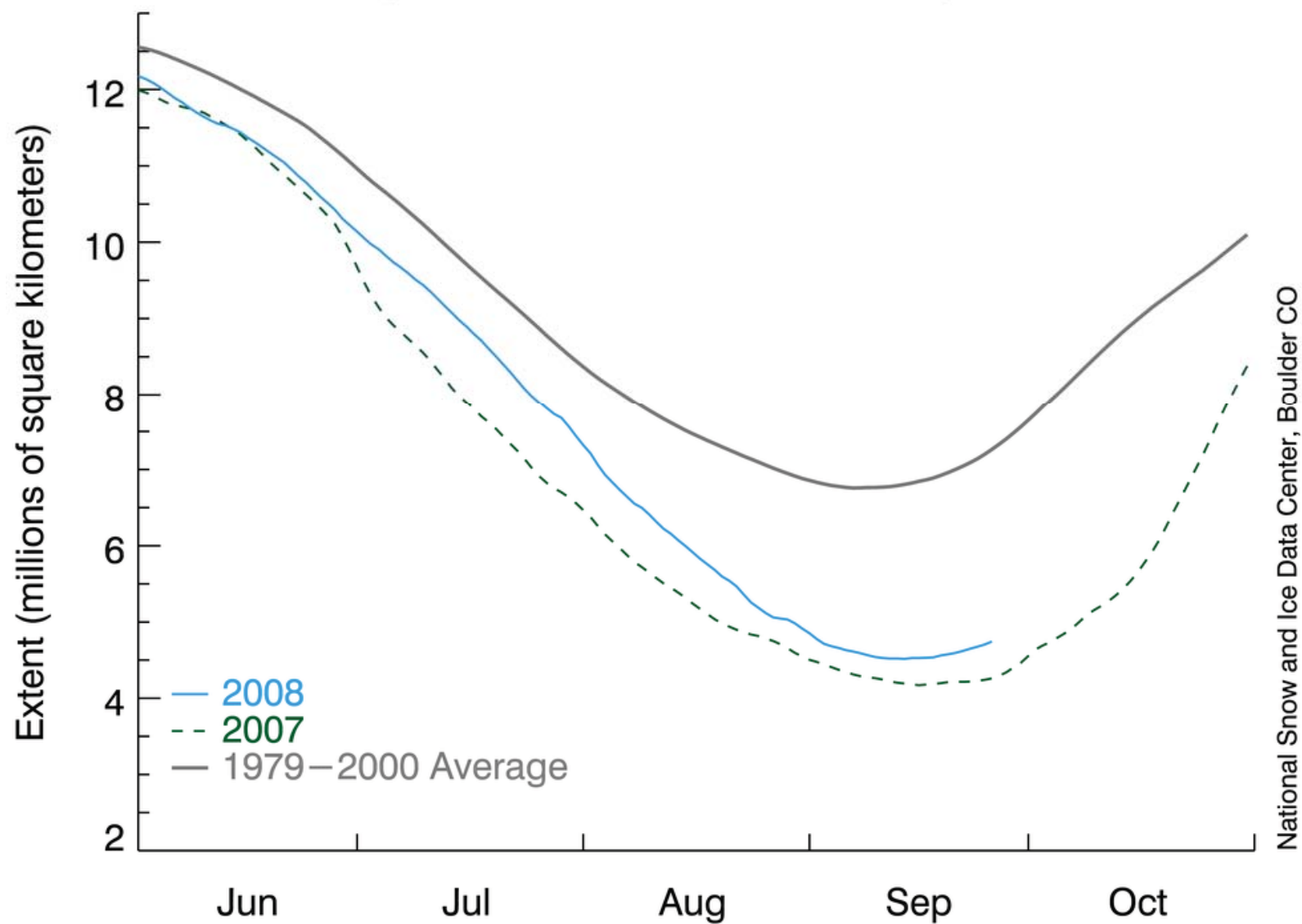
National Snow and Ice Data Center, Boulder, CO

normal
ice edge

<http://nsidc.org/arcticseaicenews/>

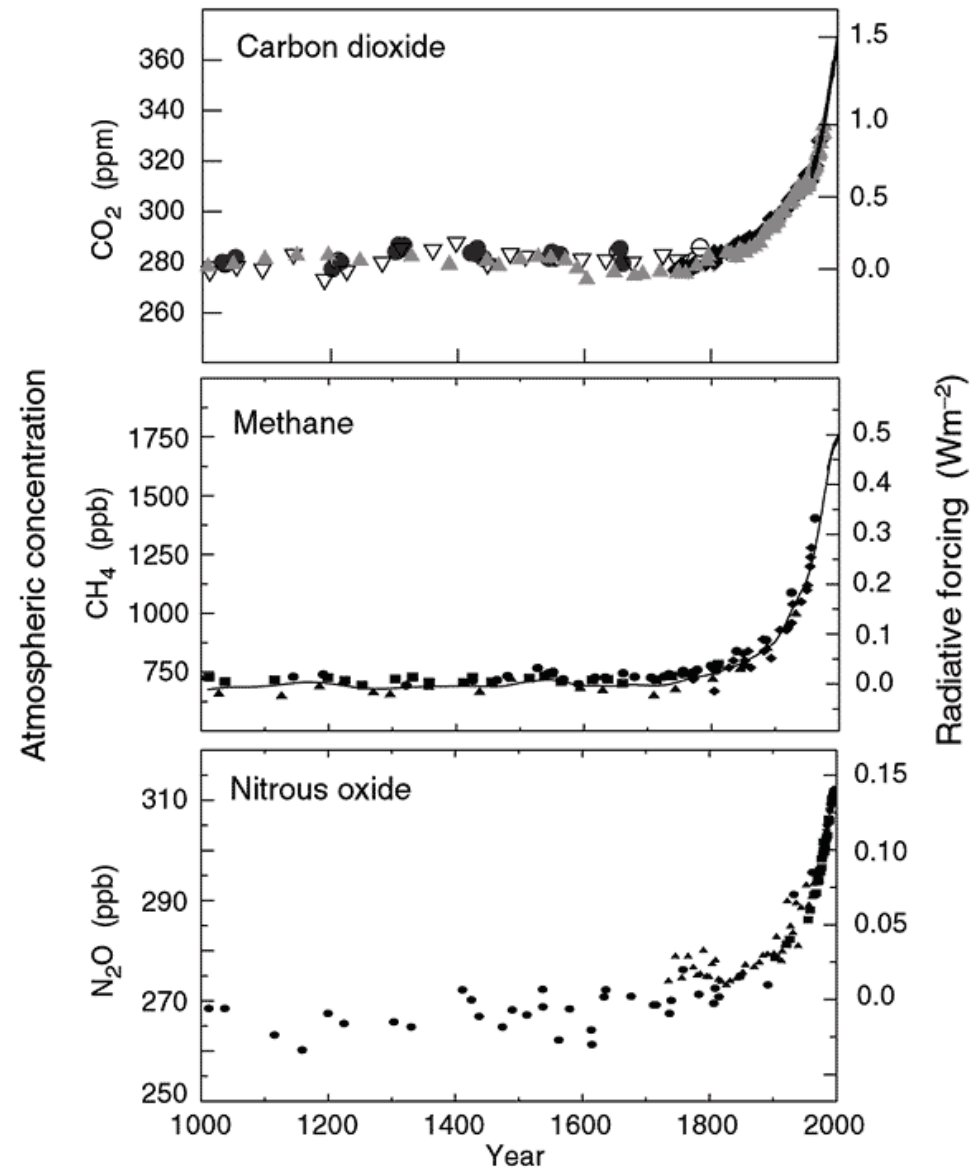
ligne rouge: limite moyenne pour septembre 1979-2000

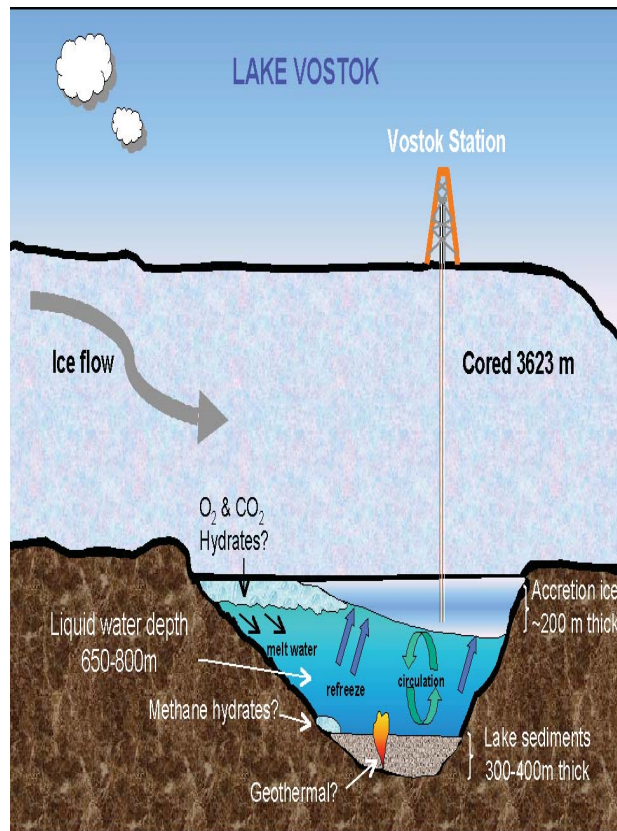
Arctic Sea Ice Extent (Area of ocean with at least 15% sea ice)



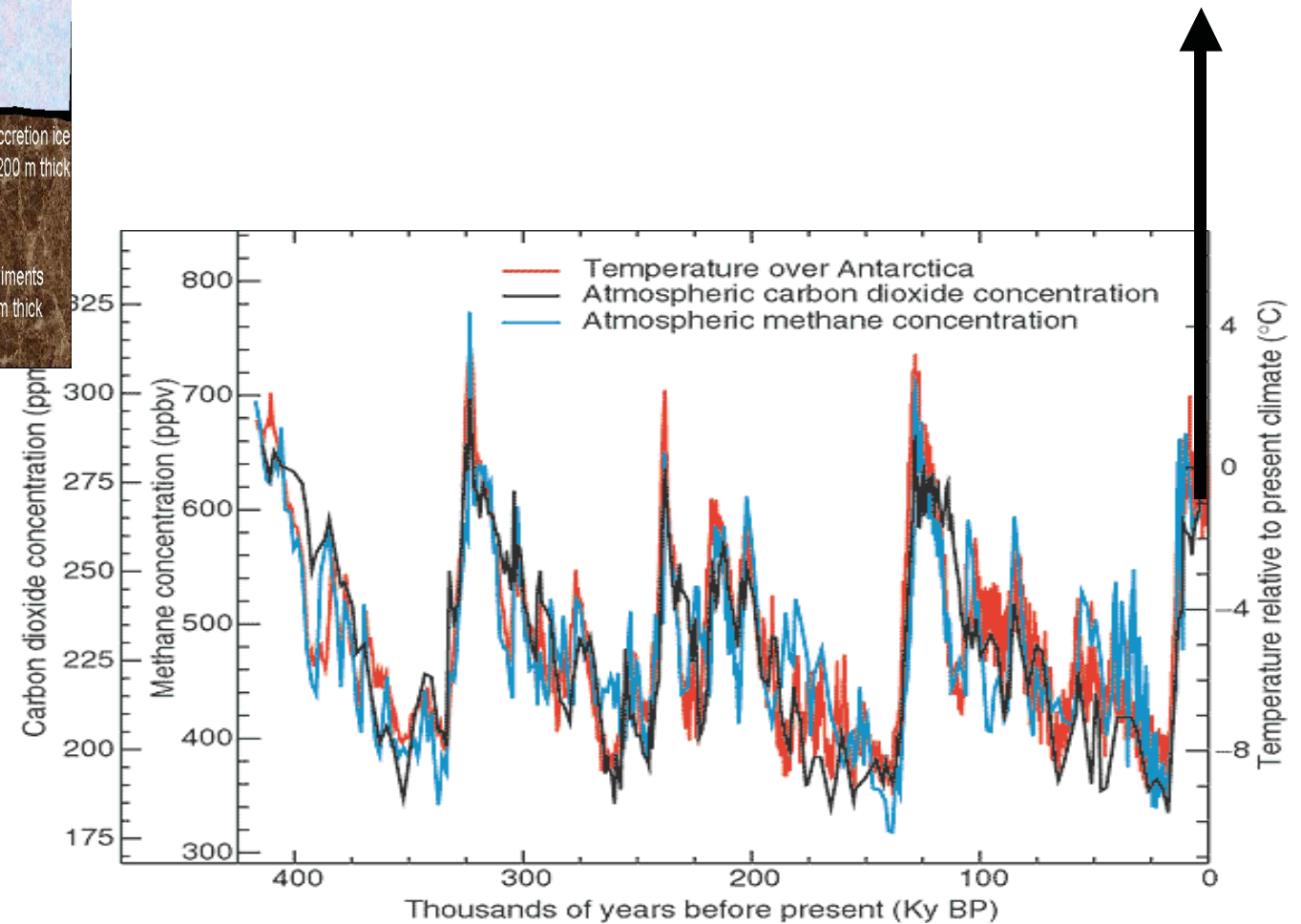
National Snow and Ice Data Center, Boulder CO

La composition atmosphérique a subi des changements, qui n'ont pas de précédent aux cours des derniers milliers d'années

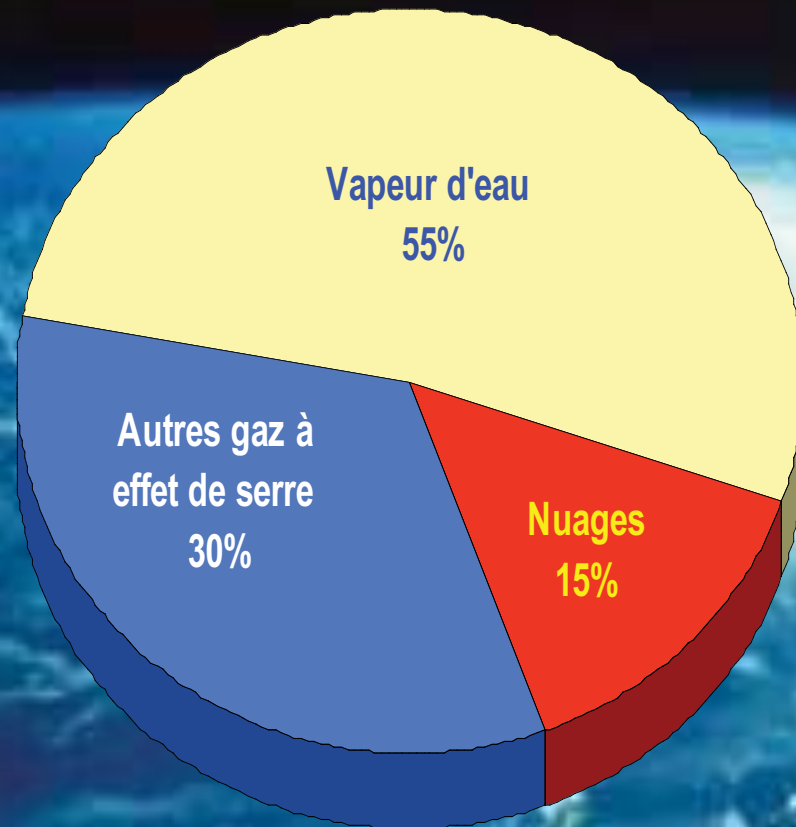




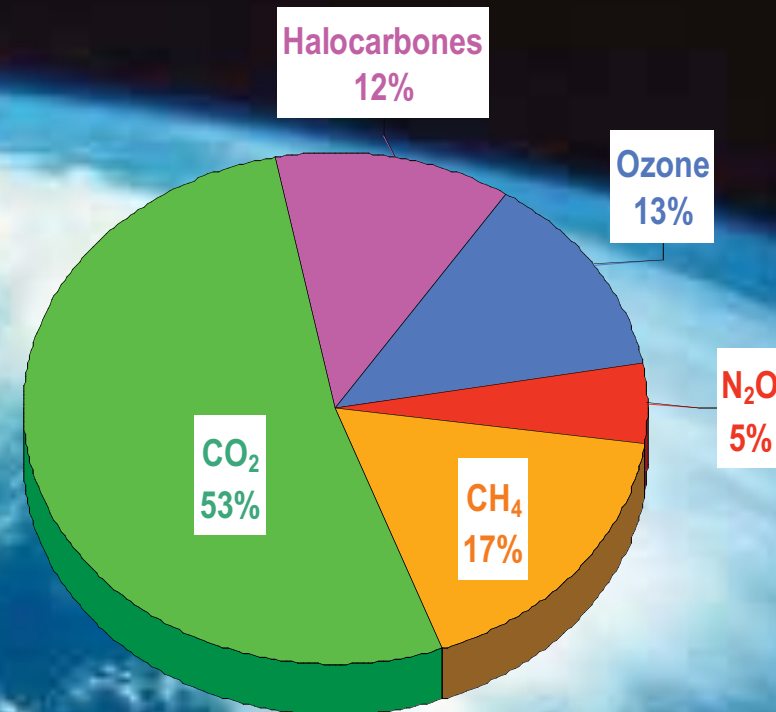
L'évolution en cours est rapide rapportée
aux échelles
de temps géologiques



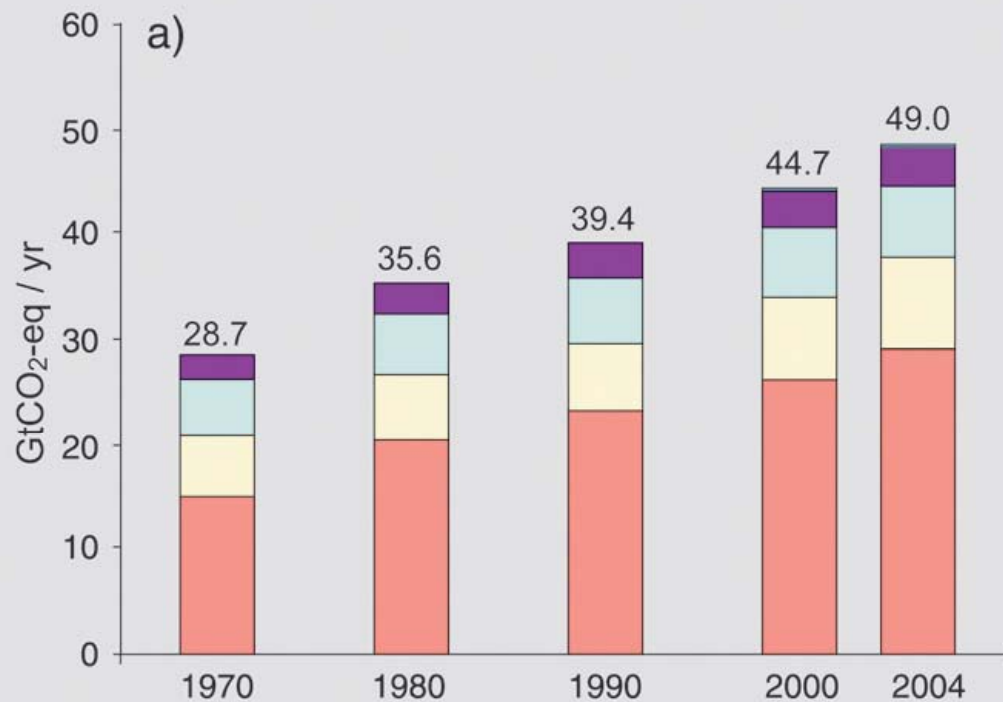
Composés atmosphériques contribuant à l'effet de serre



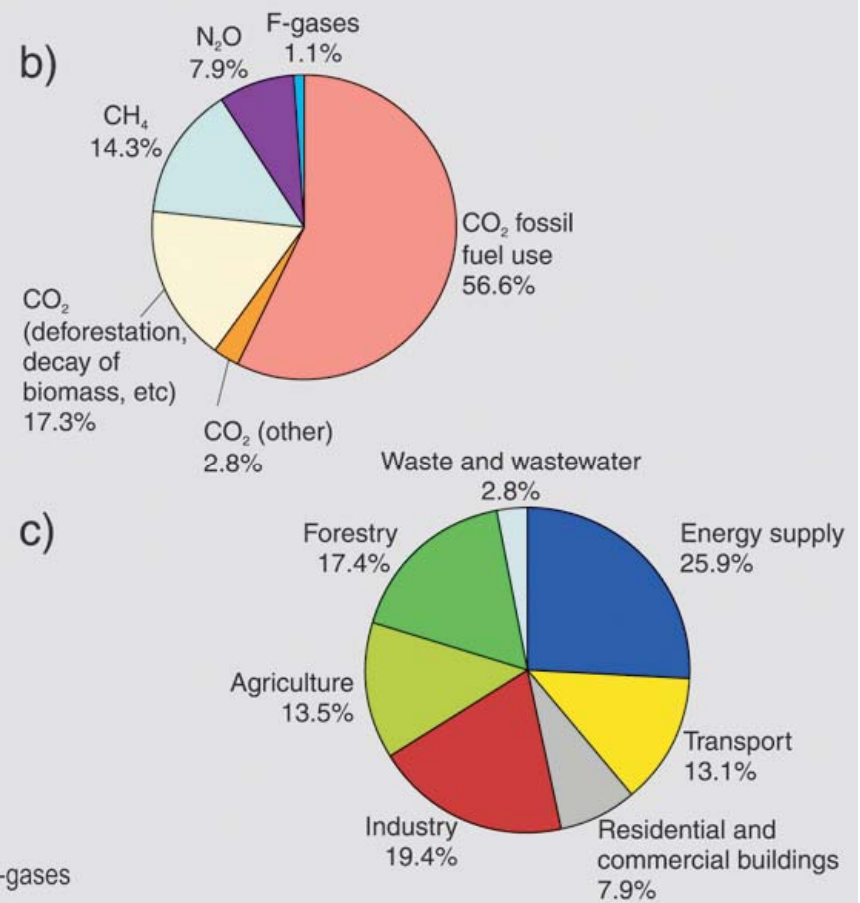
Naturel
(155 W/m²)



Anthropique
(2.8 W/m²)

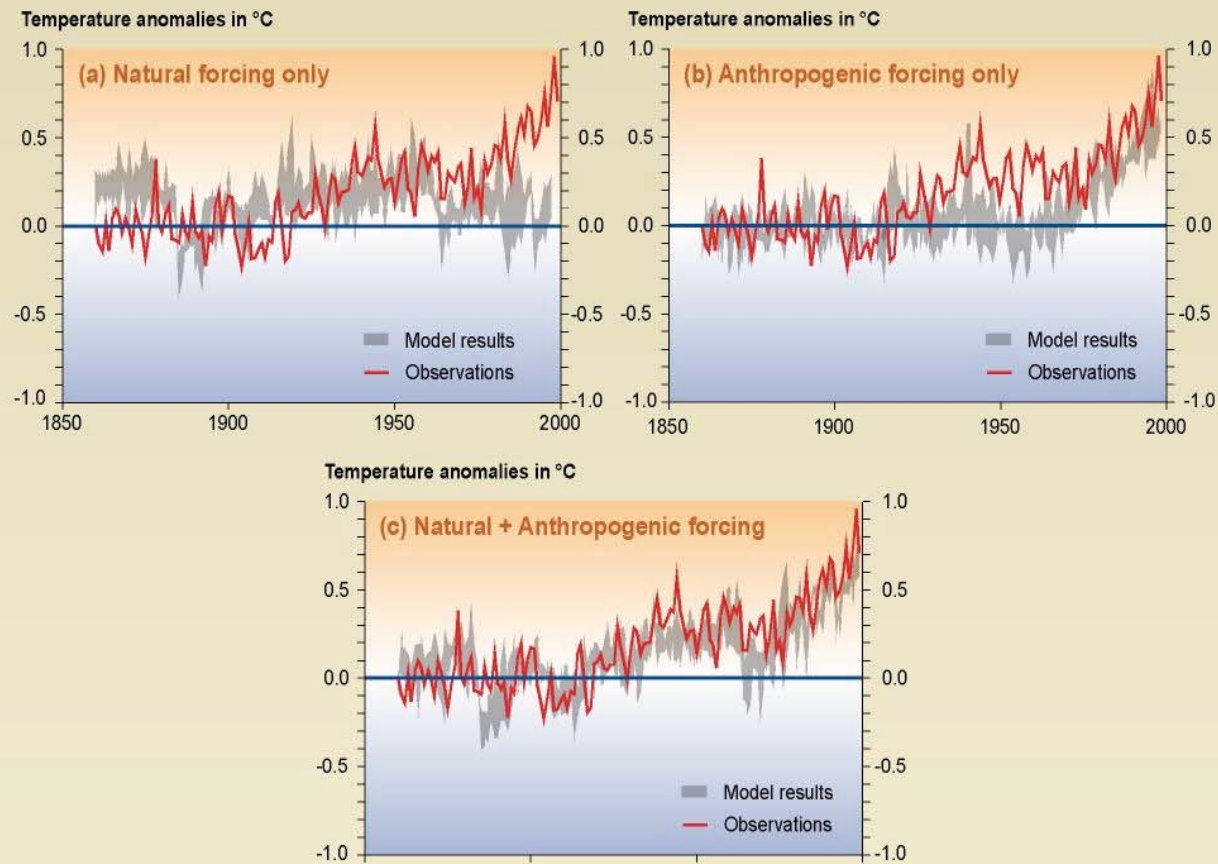


■ CO₂ from fossil fuel use and other sources ■ CO₂ from deforestation, decay and peat
■ CH₄ from agriculture, waste and energy ■ N₂O from agriculture and others ■ F-gases

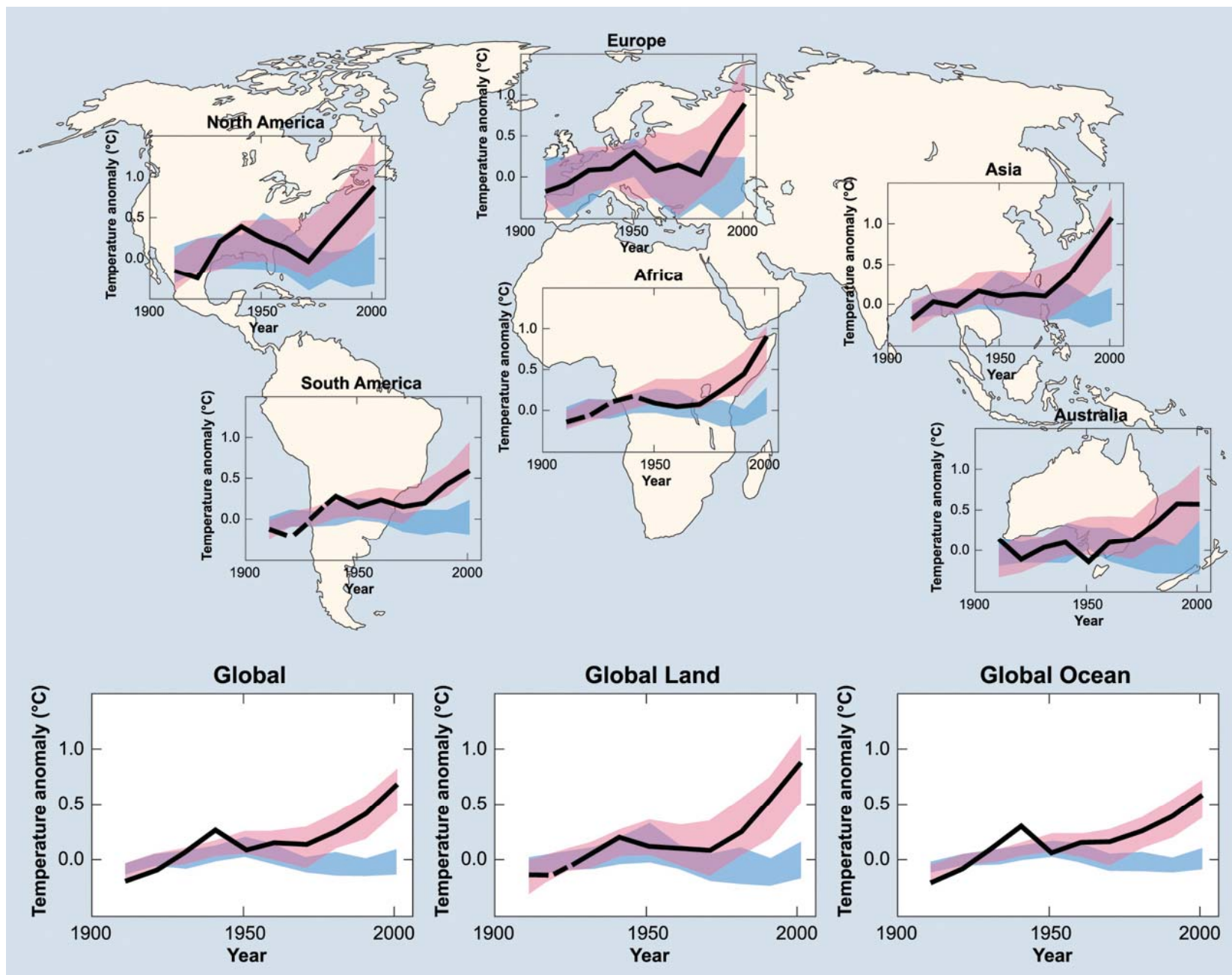


GIEC, 2007

Comparison between modeled and observations of temperature rise since the year 1860



SYR - FIGURE 2-4



models using only natural forcings
models using both natural and anthropogenic forcings

observations

GIEC, 2007

**Scenarios for GHG emissions from 2000 to 2100 (in the absence of additional climate policies)
and projections of surface temperatures**

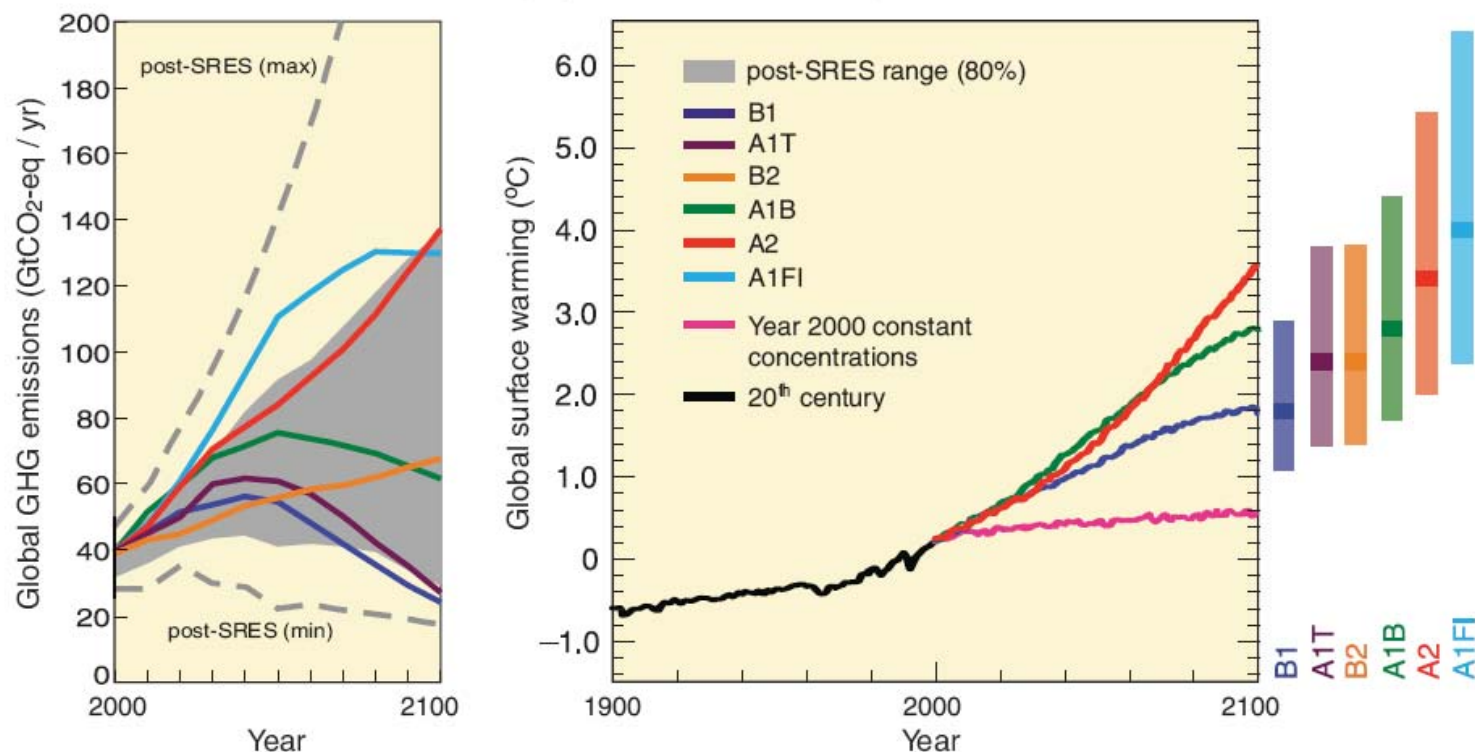


Figure SPM.5. Left Panel: Global GHG emissions (in GtCO₂-eq) in the absence of climate policies: six illustrative SRES marker scenarios (coloured lines) and the 80th percentile range of recent scenarios published since SRES (post-SRES) (gray shaded area). Dashed lines show the full range of post-SRES scenarios. The emissions include CO₂, CH₄, N₂O and F-gases. **Right Panel:** Solid lines are multi-model global averages of surface warming for scenarios A2, A1B and B1, shown as continuations of the 20th-century simulations. These projections also take into account emissions of short-lived GHGs and aerosols. The pink line is not a scenario, but is for Atmosphere-Ocean General Circulation Model (AOGCM) simulations where atmospheric concentrations are held constant at year 2000 values. The bars at the right of the figure indicate the best estimate (solid line within each bar) and the likely range assessed for the six SRES marker scenarios at 2090-2099. All temperatures are relative to the period 1980-1999. {Figures 3.1 and 3.2}

IPCC, 2007 (estimation 1979 pour un doublement de CO₂ : 1,5 - 4,5 K)

Répartition géographique du réchauffement de surface

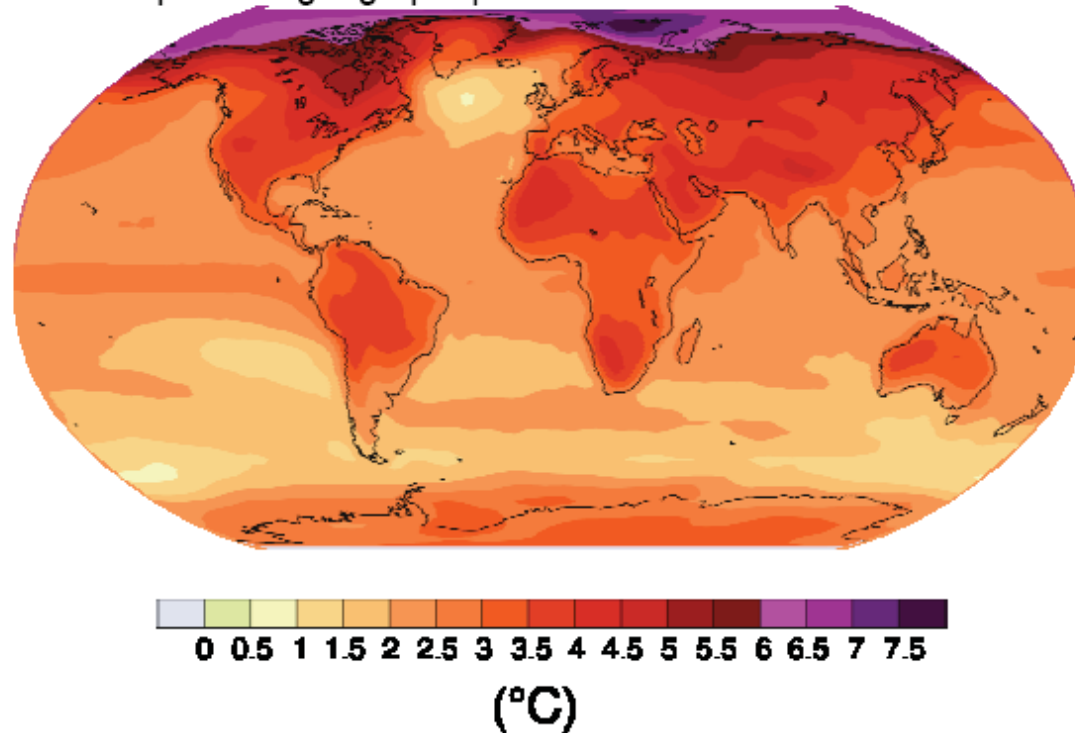


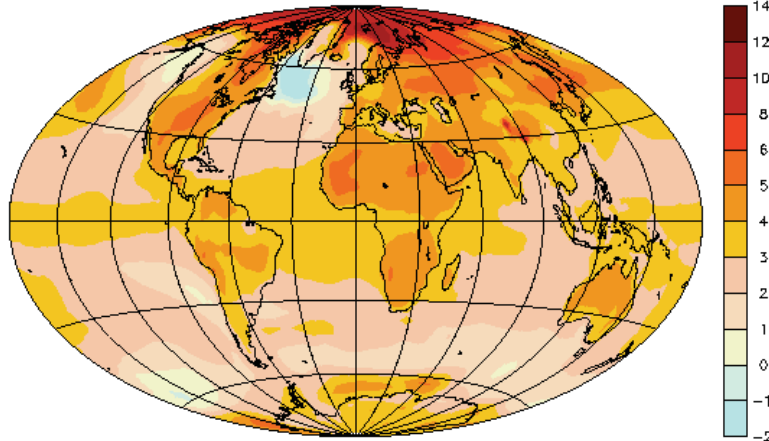
Figure SPM.6 Changements simulés de la température de surface pour la fin du 21^{ème} siècle (2090-2099). La carte montre la moyenne des résultats fournis par l'ensemble des modèles de circulation globale de l'atmosphère et de l'océan pour le scénario A1B du RSSE. Toutes les températures sont exprimées par rapport à la période 1980-1999. {Figure 3.2}

Température pour 2 scénarios extrêmes

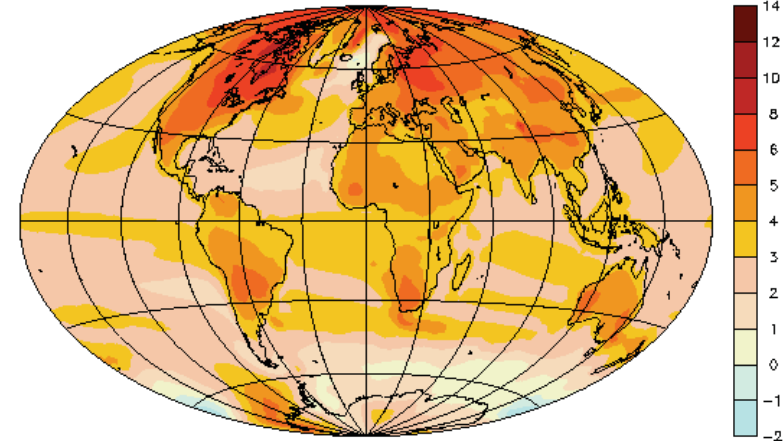
CNRM

IPSL

A2

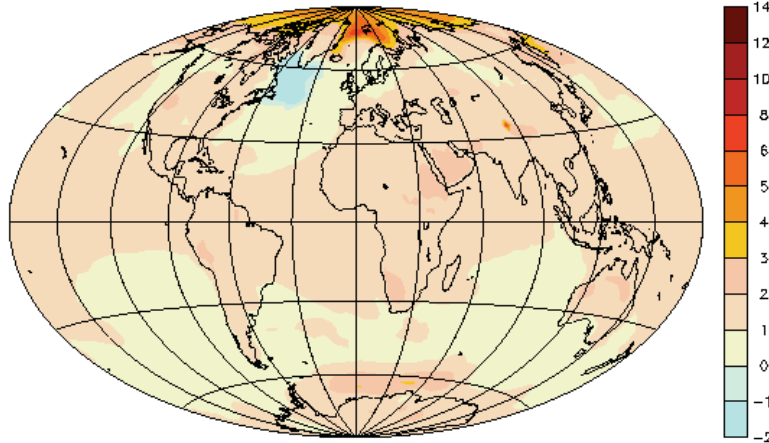


IPCC / CNRM – SRESA2 scénario – Anomalies de la température (deg C)
(2090–2099) comparee a (2000–2009)

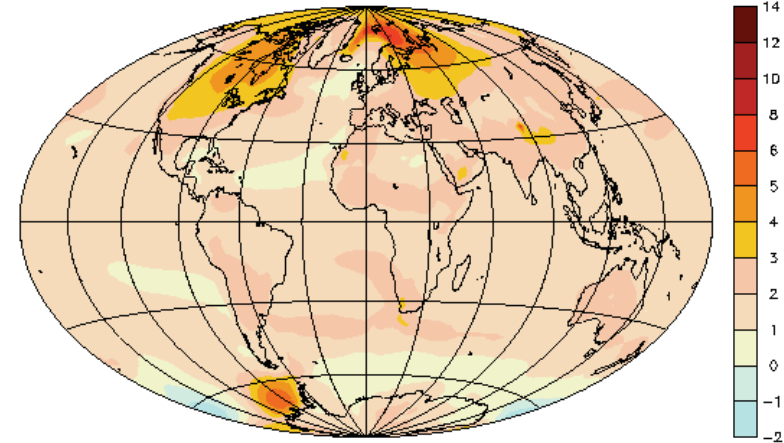


IPCC / IPSL – SRESA2 scénario – Anomalies de la température (deg C)
(2090–2099) comparee a (2000–2009)

B1

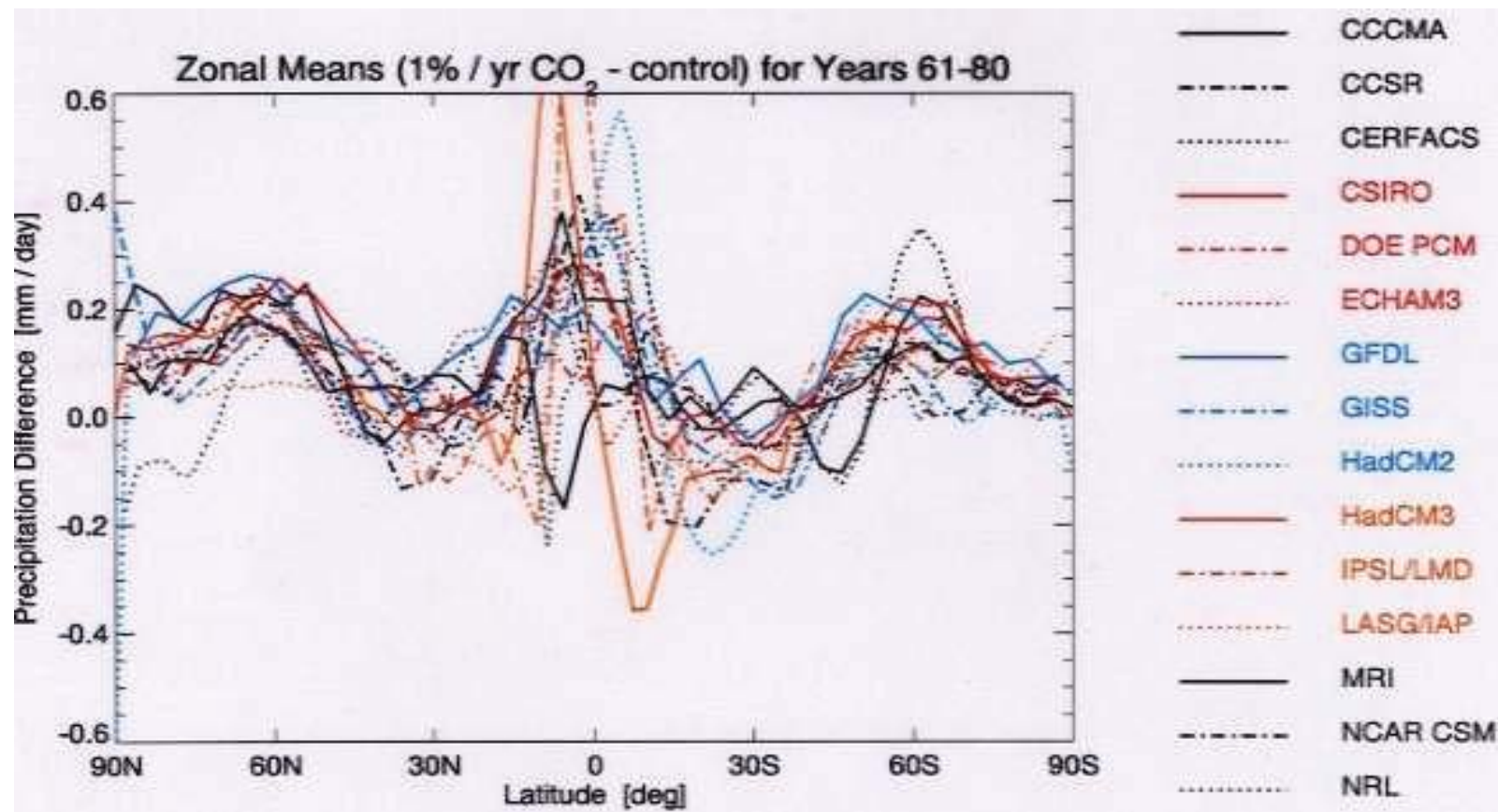


IPCC / CNRM – SRESB1 scénario – Anomalies de la température (deg C)
(2090–2099) comparee a (2000–2009)



IPCC / IPSL – SRESB1 scénario – Anomalies de la température (deg C)
(2090–2099) comparee a (2000–2009)

L'accord entre les différents modèles s'exprime surtout à grande échelle (en particulier pour les précipitations)



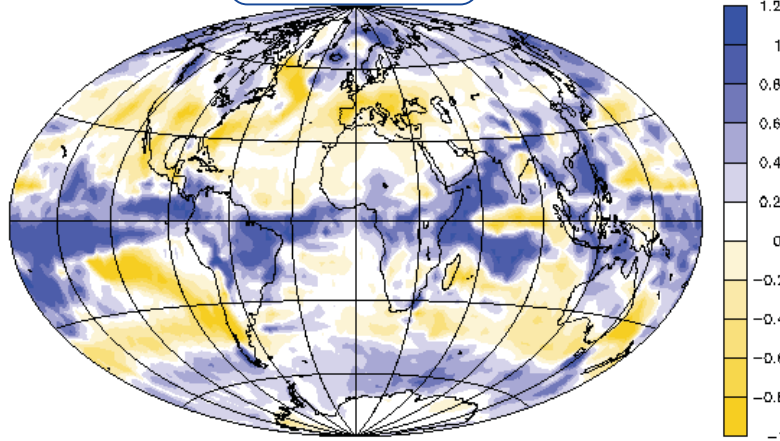
CMIP: comparaison de modèles couplés océan/atmosphère

Précipitations pour 2 scénarios extrêmes

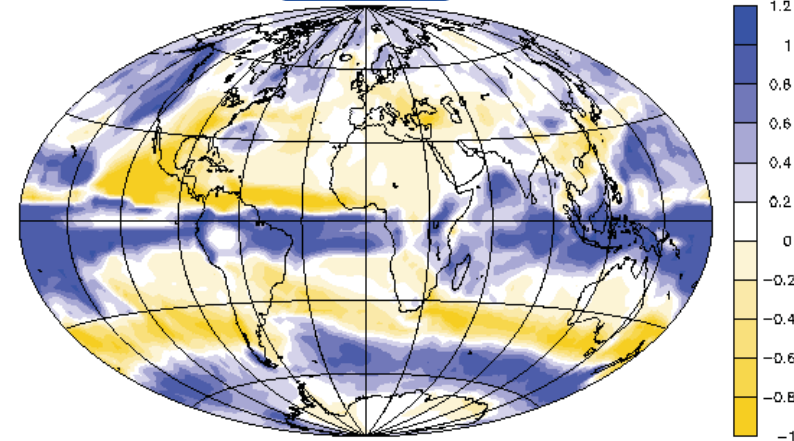
CNRM

IPSL

A2

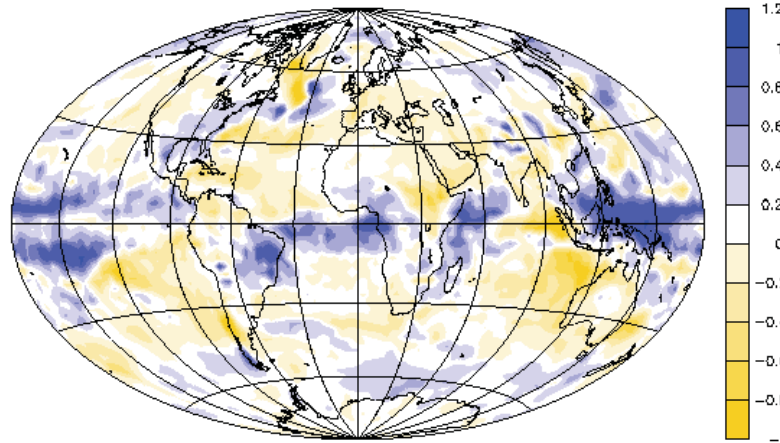


IPCC / CNRM – SRESA2 scénario – Anomalies de la précipitation (mm/jour)
(2090–2099) comparées à (2000–2009)

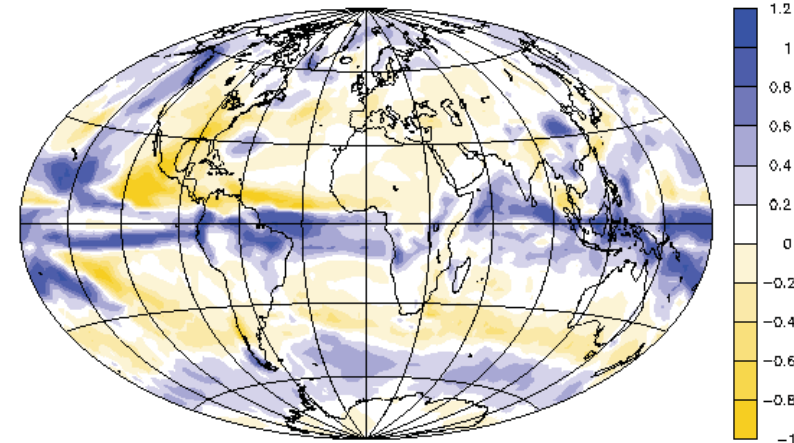


IPCC / IPSL – SRESA2 scénario – Anomalies de la précipitation (mm/jour)
(2090–2099) comparées à (2000–2009)

B1

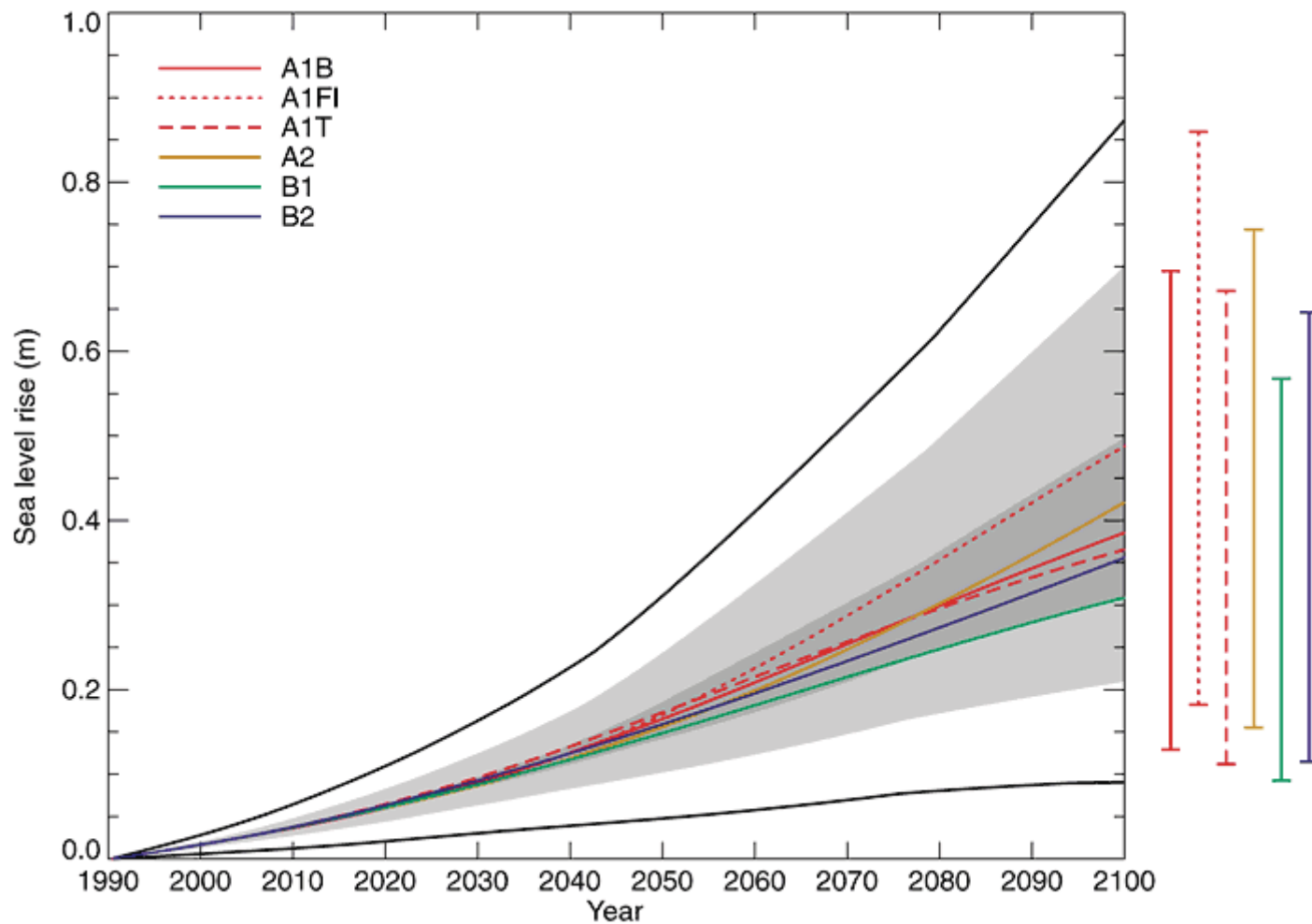


IPCC / CNRM – SRESB1 scénario – Anomalies de la précipitation (mm/jour)
(2090–2099) comparées à (2000–2009)



IPCC / IPSL – SRESB1 scénario – Anomalies de la précipitation (mm/jour)
(2090–2099) comparées à (2000–2009)

Modifications du niveau de la mer: un effet différé



IPCC, 2001

Lois physiques régissant l'écoulement

- Conservation de la masse

$$D\rho/Dt + \rho \operatorname{div}\underline{U} = 0$$

- Conservation de l'énergie

$$De/Dt - (p/\rho^2) D\rho/Dt = Q$$

- Conservation de la quantité de mouvement

$$D\underline{U}/Dt + (1/\rho) \underline{\operatorname{grad}} p - g + 2 \underline{\Omega} \wedge \underline{U} = \underline{F}$$

- Equation d'état

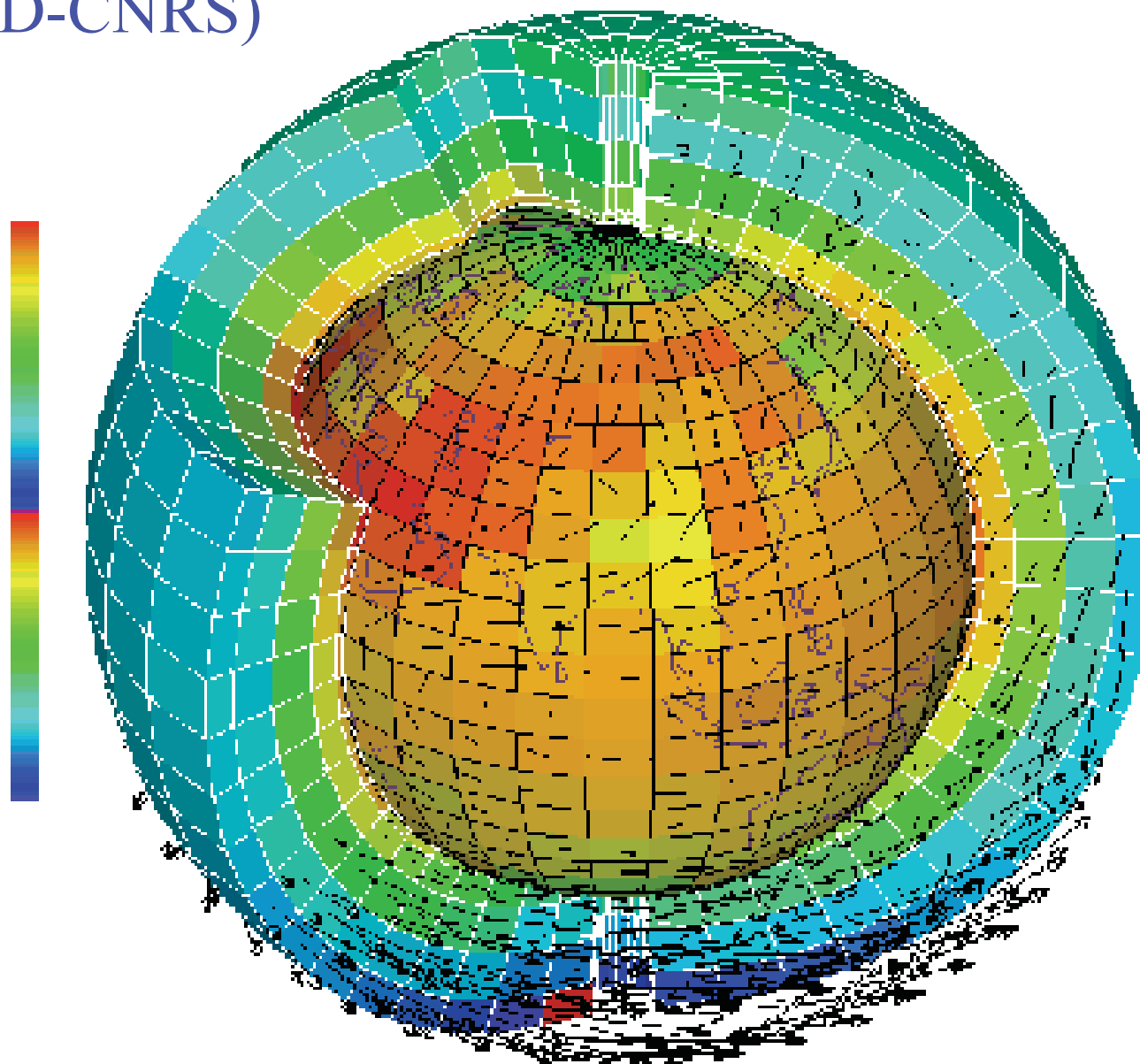
$$f(p, \rho, e) = 0$$

$$(p/\rho = rT, e = C_v T)$$

- Conservation de la masse de composants secondaires (eau pour l'atmosphère, sel pour l'océan, ...)

$$Dq/Dt + q \operatorname{div}\underline{U} = S$$

Schéma de principe d'un modèle atmosphérique (L. Fairhead /LMD-CNRS)



Les modèles globaux, qui couvrent la totalité du volume de l'atmosphère, sont construits sur l'hypothèse *hydrostatique*

Dans la direction verticale :

$$\partial p / \partial z + \rho g = 0$$

Élimine l'équation du mouvement pour la direction verticale; en outre, l'écoulement est incompressible dans les coordonnées $(x, y, p) \Rightarrow$ nombre d'équations diminué de deux unités.

Approximation hydrostatique valide pour échelles horizontales $> 20\text{-}30 \text{ km}$

Modèles non-hydrostatiques, plus coûteux, sont utilisés pour la météorologie de petite échelle.

Contrainte générale pour modélisation de la circulation atmosphérique :

économie numérique

Modèles (semi-)spectraux

$$T(\mu=\sin(\text{latitude}), \lambda=\text{longitude}) = \sum_{\substack{0 \leq n < \infty \\ -n \leq m \leq n}} T_n^m Y_n^m(\mu, \lambda)$$

où les $Y_n^m(\mu, \lambda)$ sont les *harmoniques sphériques*

$$Y_n^m(\mu, \lambda) \propto P_n^m(\mu) \exp(im\lambda)$$

$P_n^m(\mu)$ est la *fonction de Legendre* de deuxième espèce.

Les harmoniques sphériques définissent une base complète orthonormée de l'espace L^2 à la surface S de la sphère.

$$\int_S Y_n^m Y_{n'}^{m'} d\mu d\lambda = \delta_n^{n'} \delta_m^{m'}$$

Relation de Parseval

$$\int_S T^2(\mu, \lambda) d\mu d\lambda = \sum_{\substack{0 \leq n < \infty \\ -n \leq m \leq n}} |T_n^m|^2$$

Les harmoniques sphériques sont fonctions propres du laplacien à la surface de la sphère

$$\Delta Y_n^m = -n(n+1)Y_n^m$$

Troncature ‘triangulaire’ TN ($n \leq N$, $-n \leq m \leq n$) indépendante du choix d’un axe polaire. Représentation est parfaitement homogène à la surface de la sphère

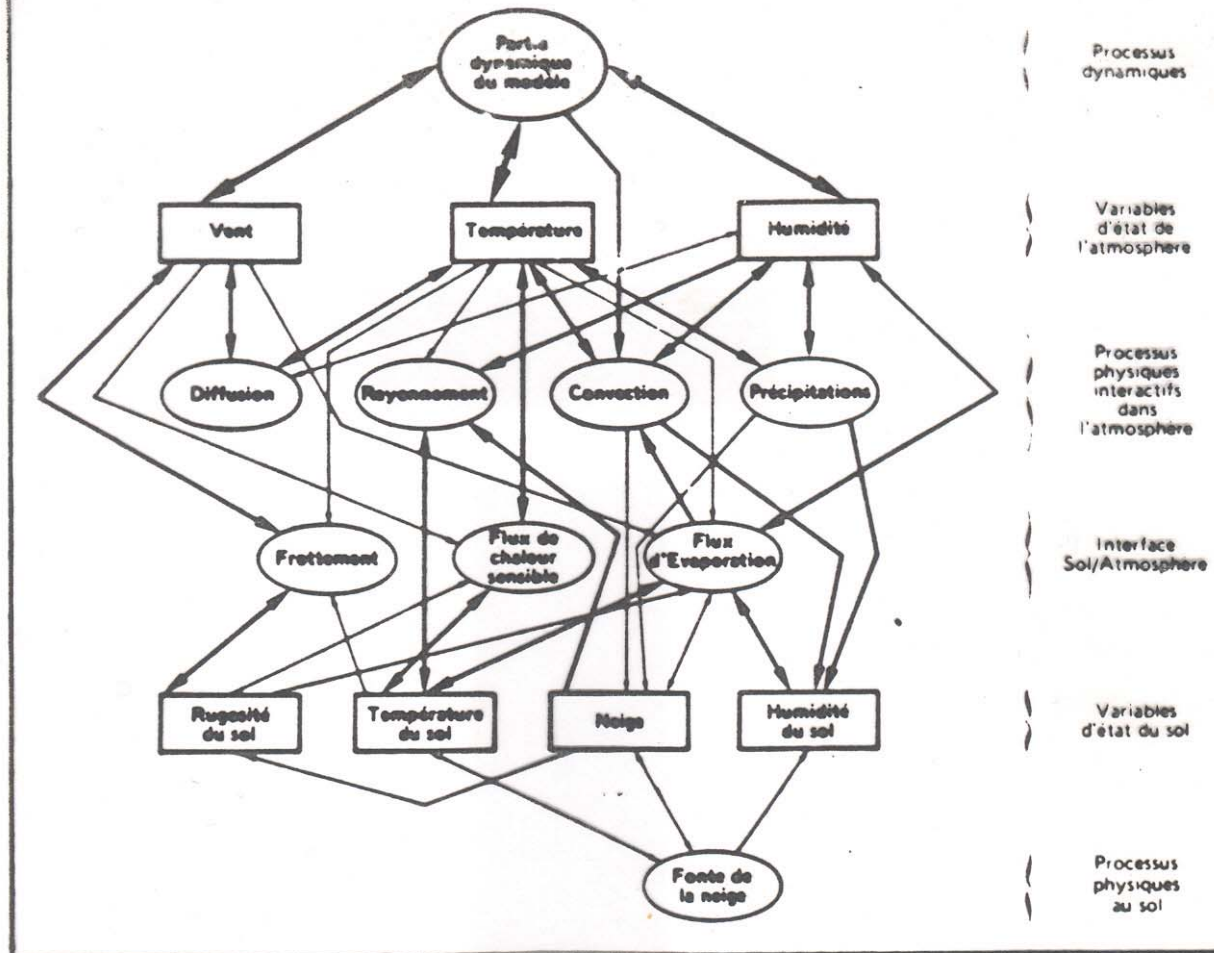
Calculs non linéaires effectués dans l’espace physique (sur grille latitude-longitude ‘gaussienne’).

Modèles semi-spectraux ne peuvent exister que par l'utilisation de *Transformées de Fourier Rapides*

Problème :

Existe-t-il des transformées de Legendre rapides ?

5 - SCHEMA DES INTERACTIONS PHYSIQUES DANS LE MODELE



Centre Européen pour les Prévisions Météorologiques à Moyen Terme (CEPMET, Reading, GB)

(European Centre for Medium-range Weather Forecasts, ECMWF)

Troncature triangulaire T799 (résolution horizontale ≈ 28 kilomètres)

91 niveaux dans la direction verticale (résolution moyenne 400 m)

Dimension du vecteur d'état correspondant $\approx 2,3 \cdot 10^8$

Pas de discrétisation temporelle ≈ 15 minutes

Problèmes restants

- Cycle de l'eau (évaporation, condensation, influence sur le rayonnement absorbé ou émis par l'atmosphère)
- Échanges avec l'océan ou la surface continentale (chaleur, eau, quantité de mouvement, ...)
- ...



Fig. 1: Members of day 7 forecast of 500 hPa geopotential height for the ensemble originated from 25 January 1993.

Pourquoi les météorologistes ont-ils tant de peine à prédire le temps avec quelque certitude ?

Pourquoi les chutes de pluie, les tempêtes elles-mêmes nous semblent-elles arriver au hasard, de sorte que bien des gens trouvent tout naturel de prier pour avoir la pluie ou le beau temps, alors qu'ils jugeraient ridicule de demander une éclipse par une prière ?[...] un dixième de degré en plus ou en moins en un point quelconque, le cyclone éclate ici et non pas là, et il étend ses ravages sur des contrées qu'il aurait épargnées. Si on avait connu ce dixième de degré, on aurait pu le savoir d'avance, mais les observations n'étaient ni assez serrées, ni assez précises, et c'est pour cela que tout semble dû à l'intervention du hasard.

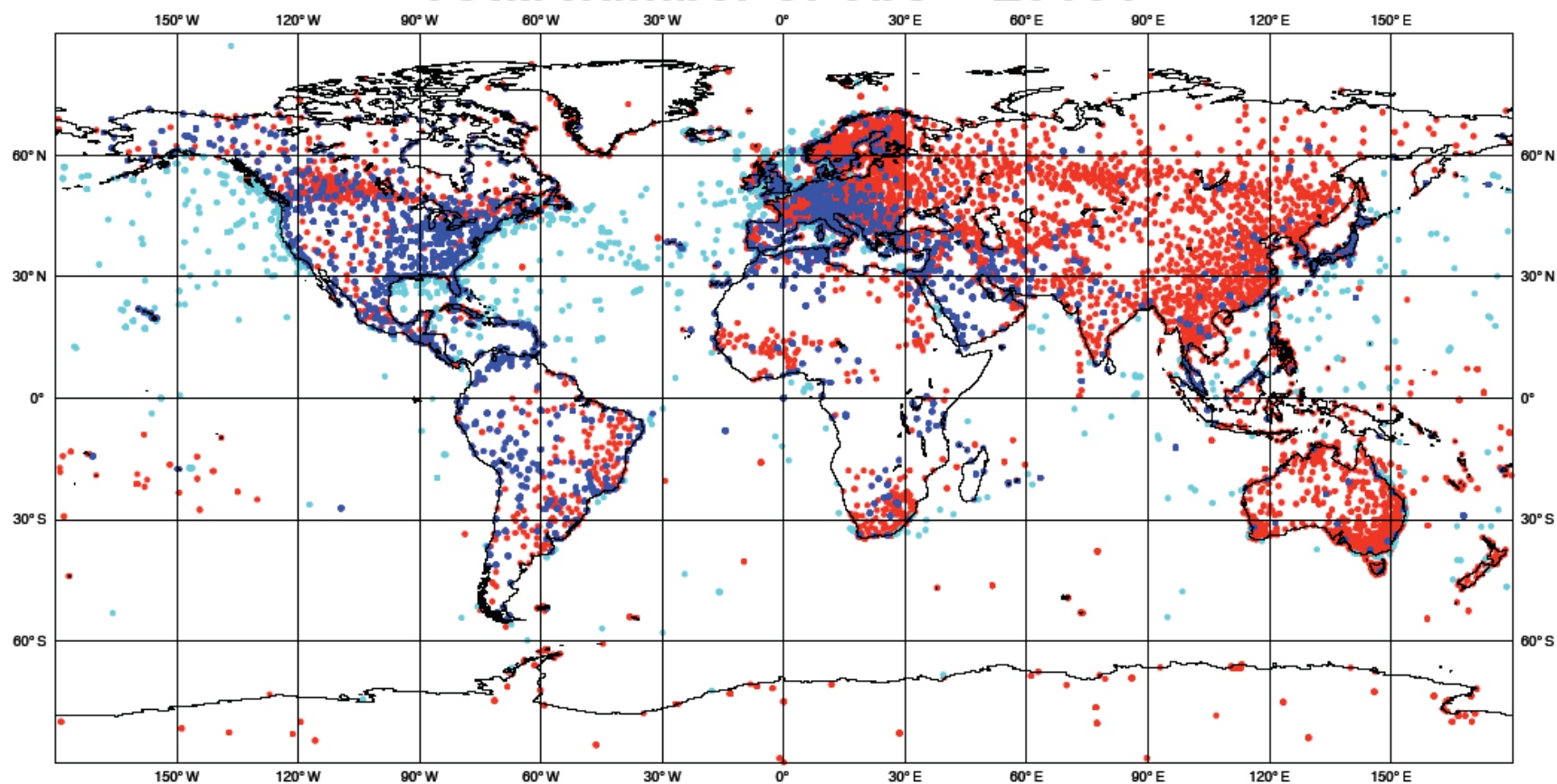
Obs Type

● 16602 SYNOP ● 2215 SHIP ● 10284 METAR

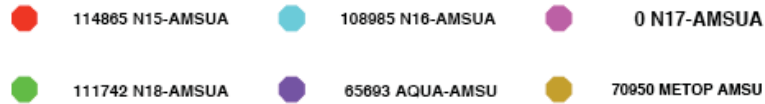
ECMWF Data Coverage (All obs DA) - SYNOP/SHIP

31/JAN/2009; 00 UTC

Total number of obs = 29101



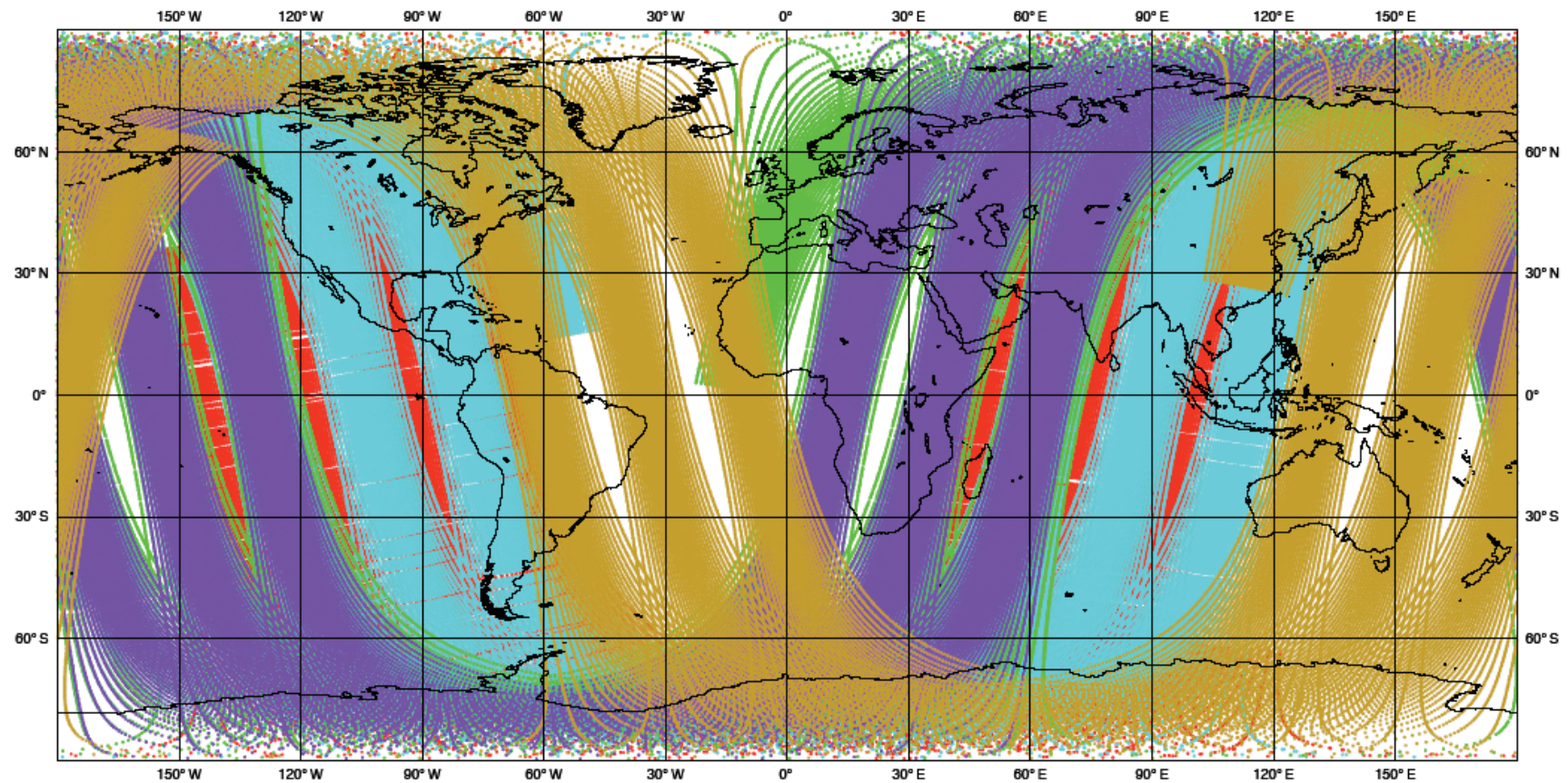
Obs Type



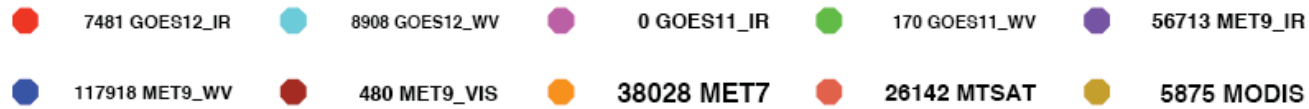
ECMWF Data Coverage (All obs DA) - ATOVS

31/JAN/2009; 00 UTC

Total number of obs = 472235



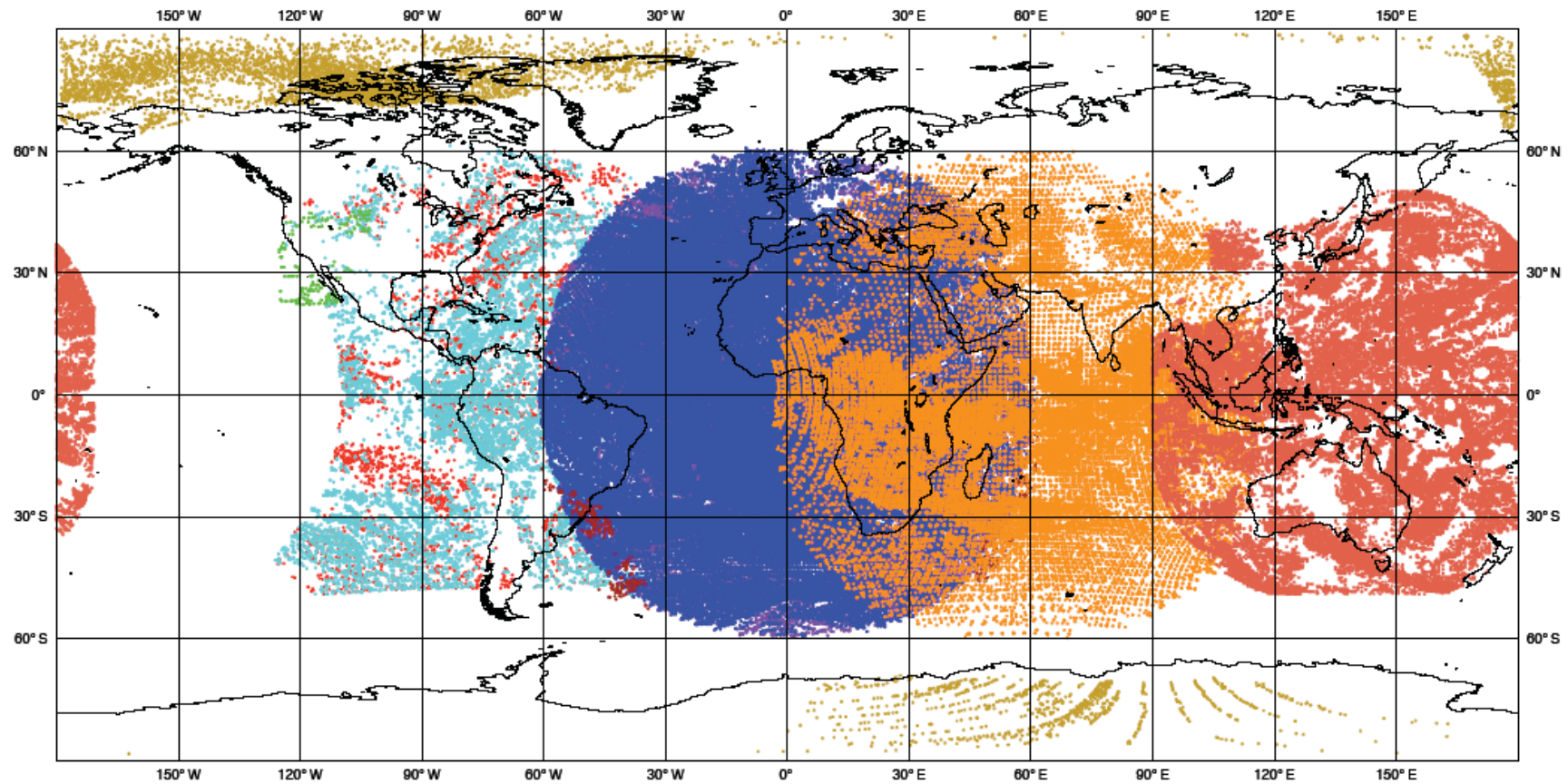
Obs Type

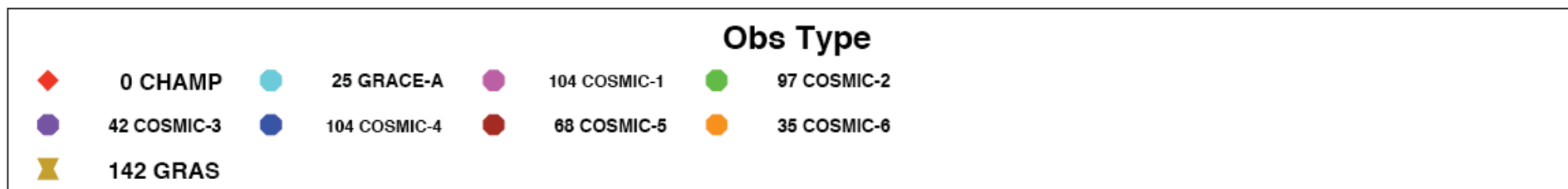


ECMWF Data Coverage (All obs DA) - AMV

31/JAN/2009; 00 UTC

Total number of obs = 261715

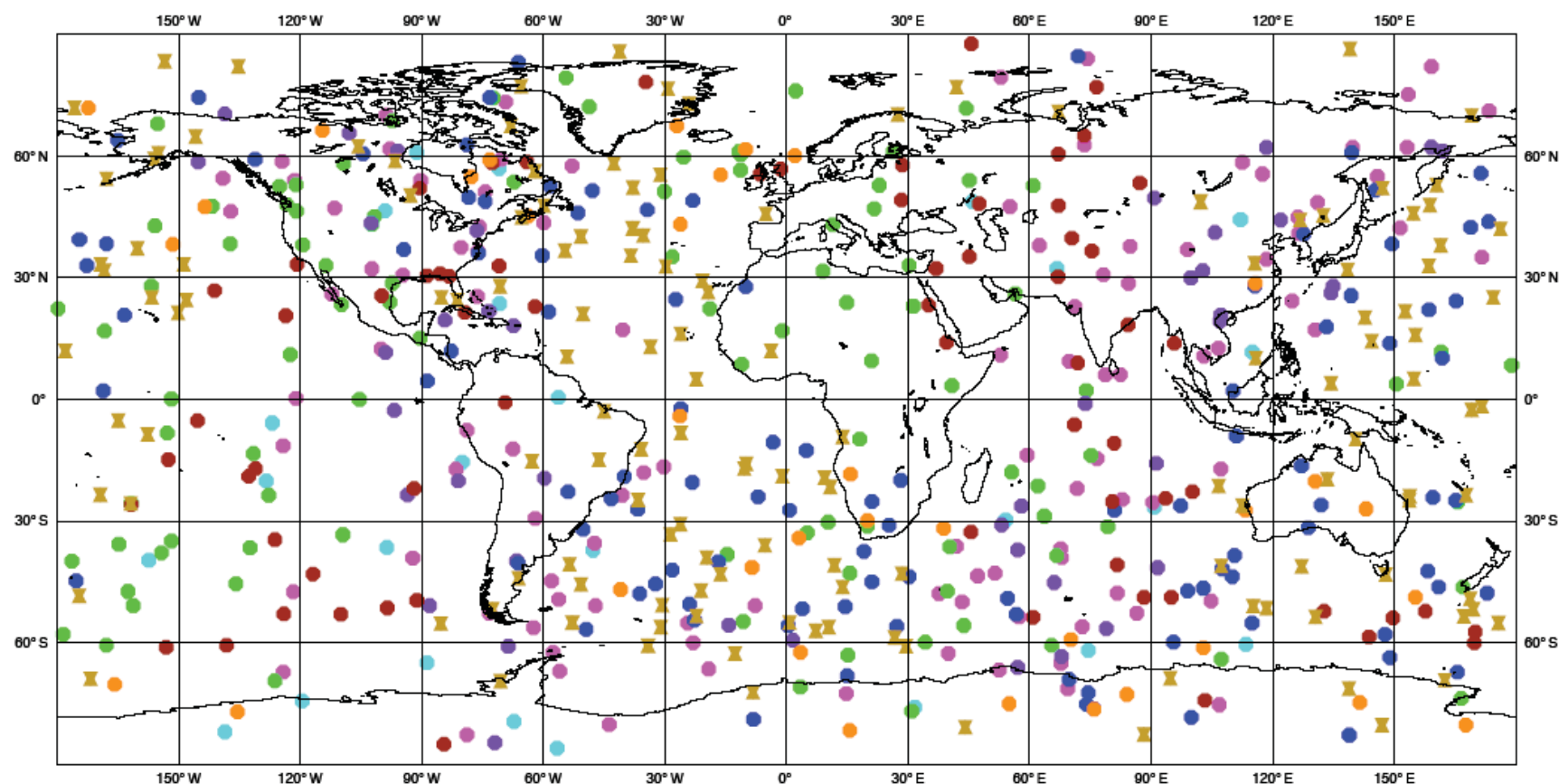




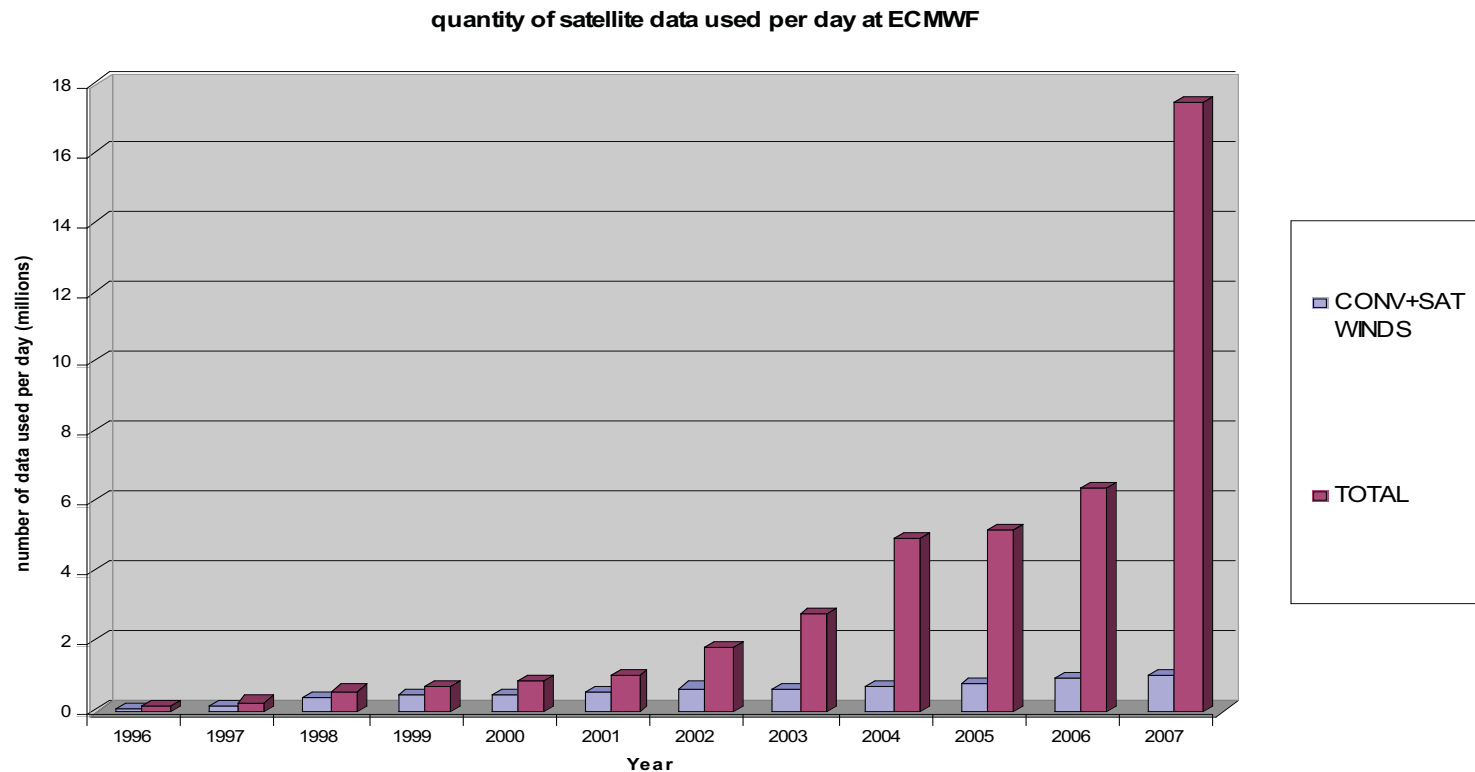
ECMWF Data Coverage (All obs DA) - GPSRO

31/JAN/2009; 00 UTC

Total number of obs = 617



December 2007: Satellite data volumes used: around 18 millions per day



Purpose of assimilation : reconstruct as accurately as possible the state of the atmospheric or oceanic flow, using all available appropriate information. The latter essentially consists of

- The observations proper, which vary in nature, resolution and accuracy, and are distributed more or less regularly in space and time.
- The physical laws governing the evolution of the flow, available in practice in the form of a discretized, and necessarily approximate, numerical model.
- ‘Asymptotic’ properties of the flow, such as, *e. g.*, geostrophic balance of middle latitudes. Although they basically are necessary consequences of the physical laws which govern the flow, these properties can usefully be explicitly introduced in the assimilation process.

Difficulties specific to assimilation of meteorological and oceanographical observations :

- Very large numerical dimensions ($n \approx 10^6$ - 10^8 parameters to be estimated, $p \approx 2 \cdot 10^7$ observations per 24-hour period). Difficulty aggravated in Numerical Weather Prediction by the need for the forecast to be ready in time.
- Non-trivial underlying dynamics

Bayesian estimation is however impossible in its general theoretical form in meteorological or oceanographical practice because

- It is impossible to explicitly describe a probability distribution in a space with dimension even as low as $n \approx 10^3$, not to speak of the dimension $n \approx 10^{6-8}$ of present Numerical Weather Prediction models.
- Probability distribution of errors on data very poorly known (model errors in particular).

One has to restrict oneself to a much more modest goal. Two approaches exist at present

- Obtain some ‘central’ estimate of the conditional probability distribution (expectation, mode, ...), plus some estimate of the corresponding spread (standard deviations and a number of correlations).
- Produce an ensemble of estimates which are meant to sample the conditional probability distribution (dimension $N \approx O(10-100)$).

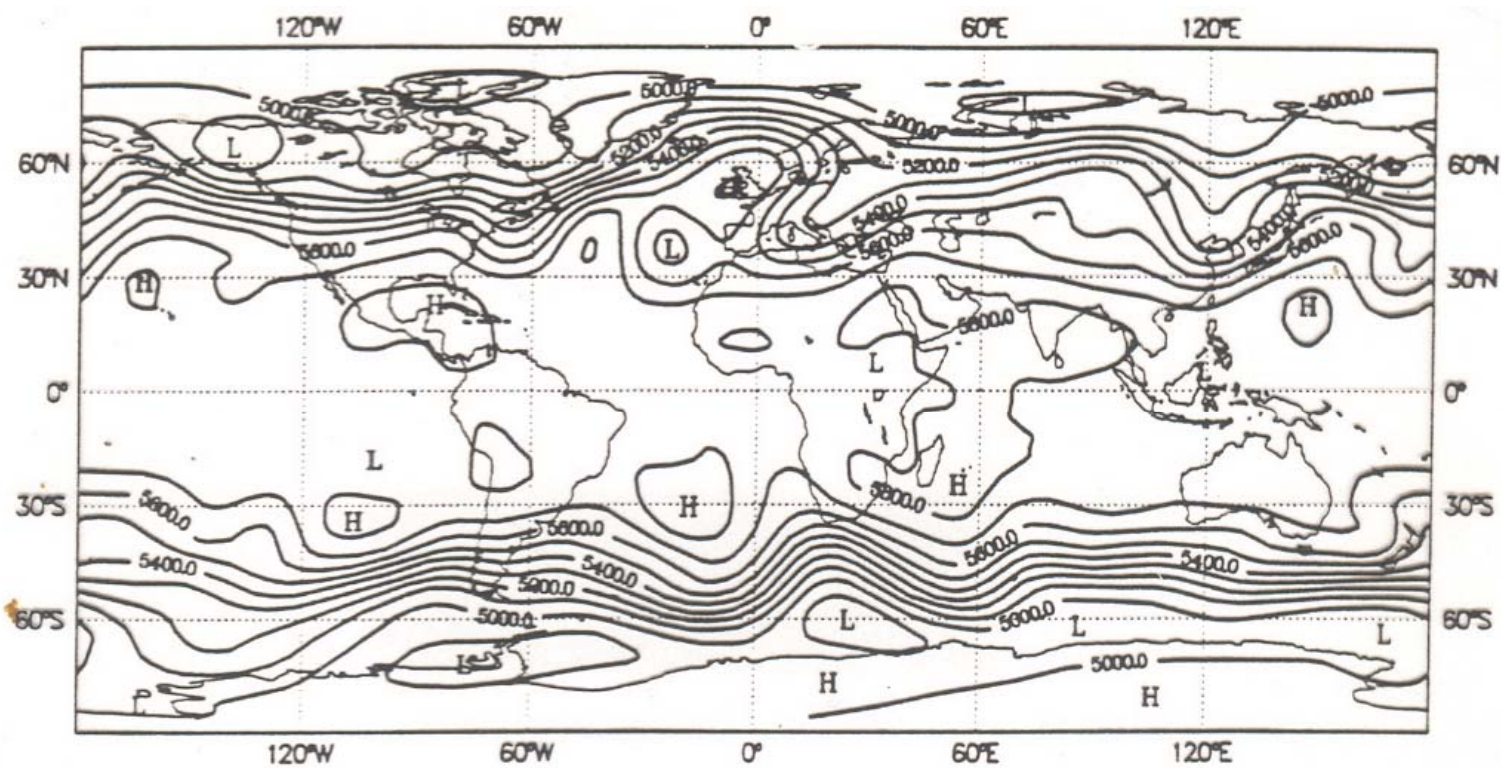
Sequential Assimilation

- Assimilating model is integrated over period of time over which observations are available. Whenever model time reaches an instant at which observations are available, state predicted by the model is updated with new observations.

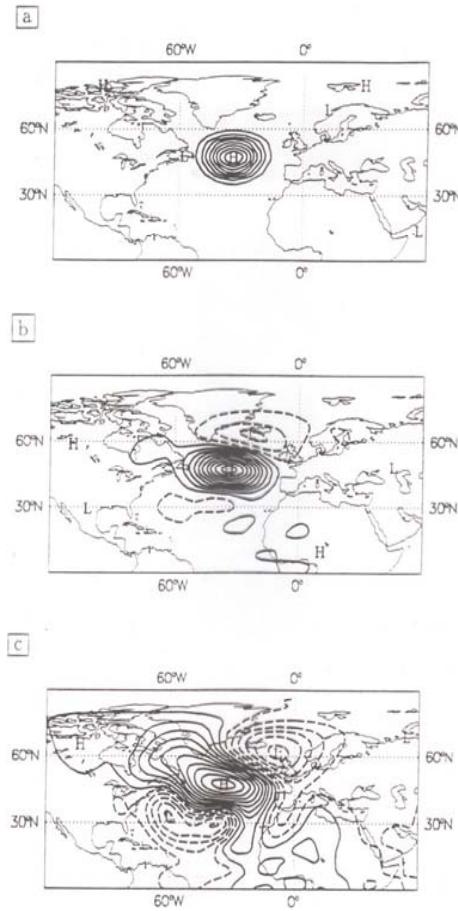
Variational Assimilation

- Assimilating model is globally adjusted to observations distributed over observation period. Achieved by minimization of an appropriate *objective function* measuring misfit between data and sequence of model states to be estimated.

Need for determining the temporal evolution of the uncertainty on the state of the system is the major difficulty in assimilation of meteorological and oceanographical observations



Analysis of 500-hPa geopotential for 1 December 1989, 00:00 UTC (ECMWF, spectral truncation T21, unit *m*. After F. Bouttier)



Temporal evolution of the 500-hPa geopotential autocorrelation with respect to point located at 45N, 35W. From top to bottom: initial time, 6- and 24-hour range. Contour interval 0.1. After F. Bouttier.

Variational Assimilation

Suppose for instance available data consist of

- Background estimate at time 0

$$x_0^b = x_0 + \xi_0^b \quad E(\xi_0^b \xi_0^{bT}) = P_0^b$$

- Observations at times $k = 0, \dots, K$

$$y_k = H_k(x_k) + \varepsilon_k \quad E(\varepsilon_k \varepsilon_j^T) = R_k$$

- Model (supposed for the time being to be exact)

$$x_{k+1} = M_k(x_k) \quad k = 0, \dots, K-1$$

Errors assumed to be unbiased and uncorrelated in time

Then objective function

$$\xi_0 \in \mathcal{S} \rightarrow$$

$$\mathcal{J}(\xi_0) = (1/2) (x_0^b - \xi_0)^T [P_0^b]^{-1} (x_0^b - \xi_0) + (1/2) \sum_k [y_k - H_k(\xi_k)]^T R_k^{-1} [y_k - H_k(\xi_k)]$$

$$\text{subject to } \xi_{k+1} = M_k(\xi_k), \quad k = 0, \dots, K-1$$

$$\mathcal{J}(\xi_0) = (1/2) (x_0^b - \xi_0)^T [P_0^b]^{-1} (x_0^b - \xi_0) + (1/2) \sum_k [y_k - H_k(\xi_k)]^T R_k^{-1} [y_k - H_k(\xi_k)]$$

Background is not necessary, if observations are in sufficient number to overdetermine the problem.

How to minimize objective function with respect to initial state $u = \xi_0$ (u is called the *control variable* of the problem) ?

Use iterative minimization algorithm, each step of which requires the explicit knowledge of the local gradient $\nabla_u \mathcal{J} \equiv (\partial \mathcal{J} / \partial u_i)$ of $\mathcal{J}$ with respect to u .

Gradient computed by *adjoint method*.

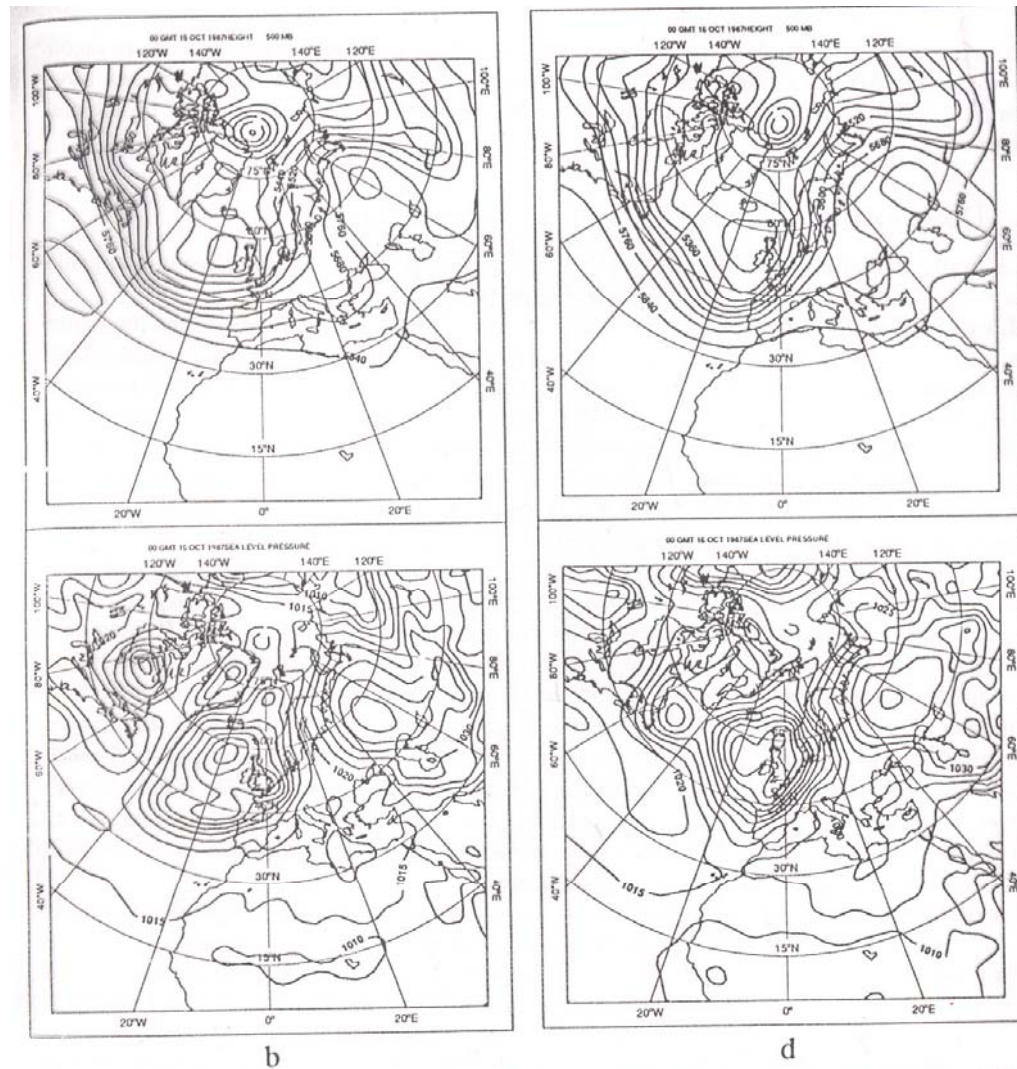
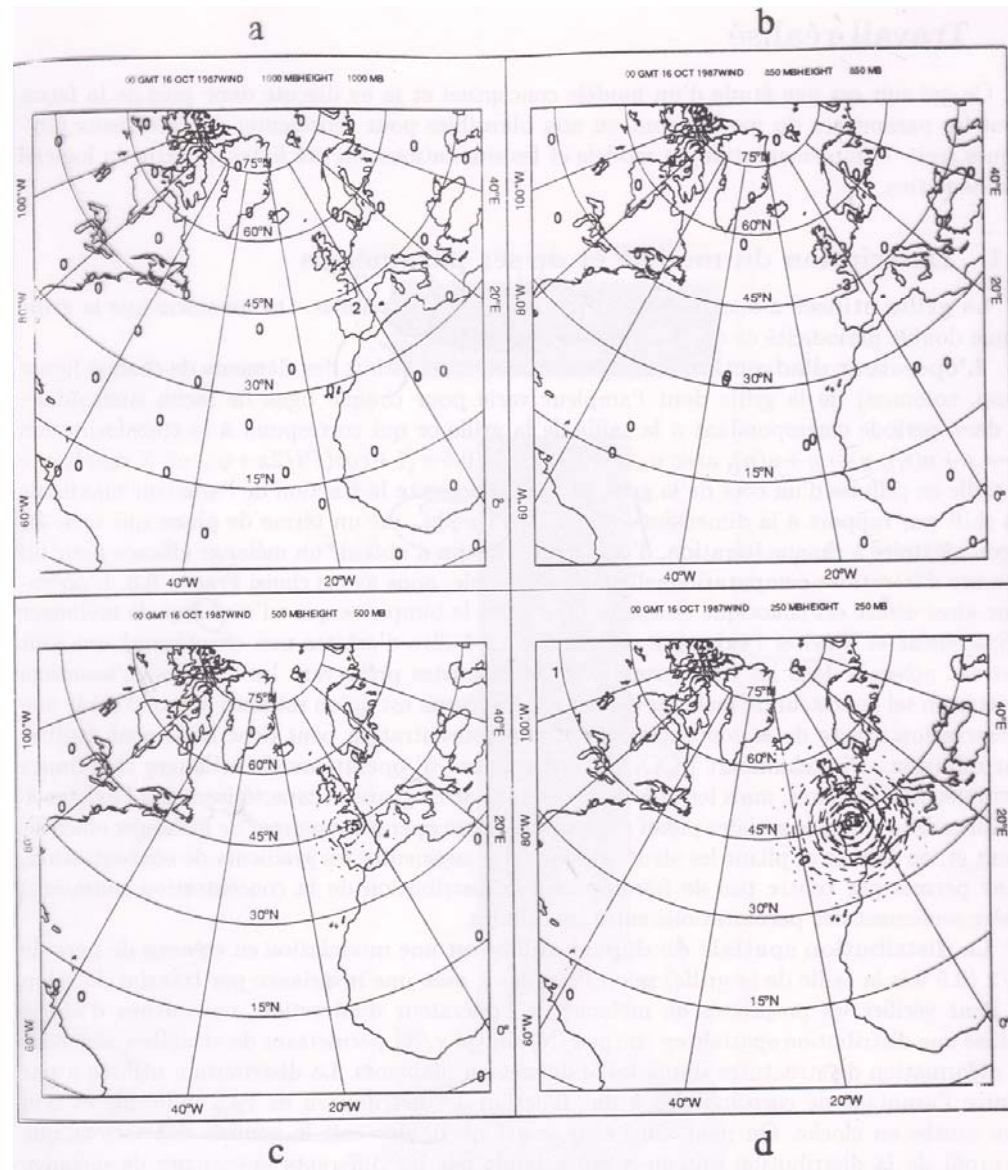
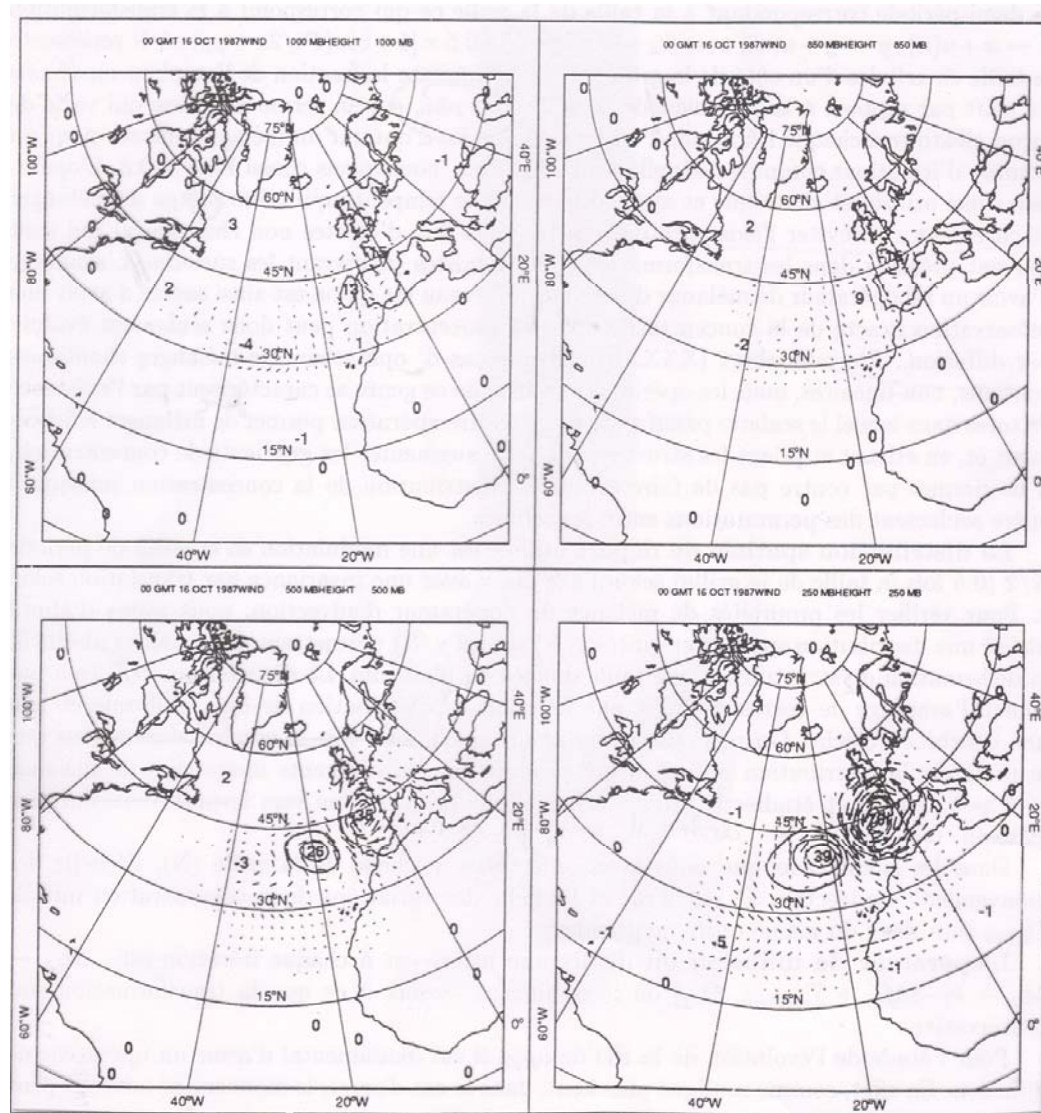


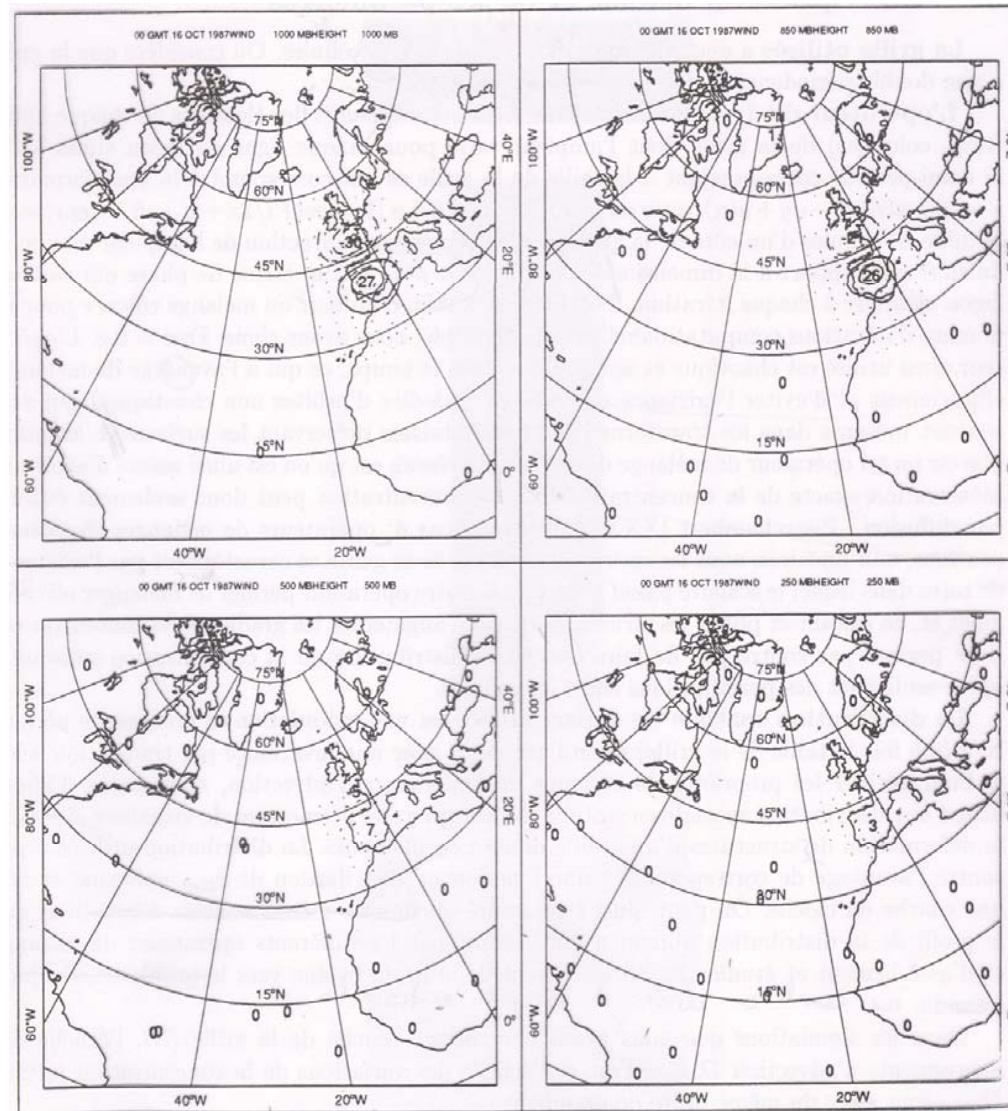
FIG. 1. Background fields for 0000 UTC 15 October–0000 UTC 16 October 1987. Shown here are the Northern Hemisphere (a) 500-hPa geopotential height and (b) mean sea level pressure for 15 October and the (c) 500-hPa geopotential height and (d) mean sea level pressure for 16 October. The fields for 15 October are from the initial estimate of the initial conditions for the 4DVAR minimization. The fields for 16 October are from the 24-h T63 adiabatic model forecast from the initial conditions. Contour intervals are 80 m and 5 hPa.



Analysis increments in a 3D-Var corresponding to a height observation at the 250-hPa pressure level (no temporal evolution of background error covariance matrix)

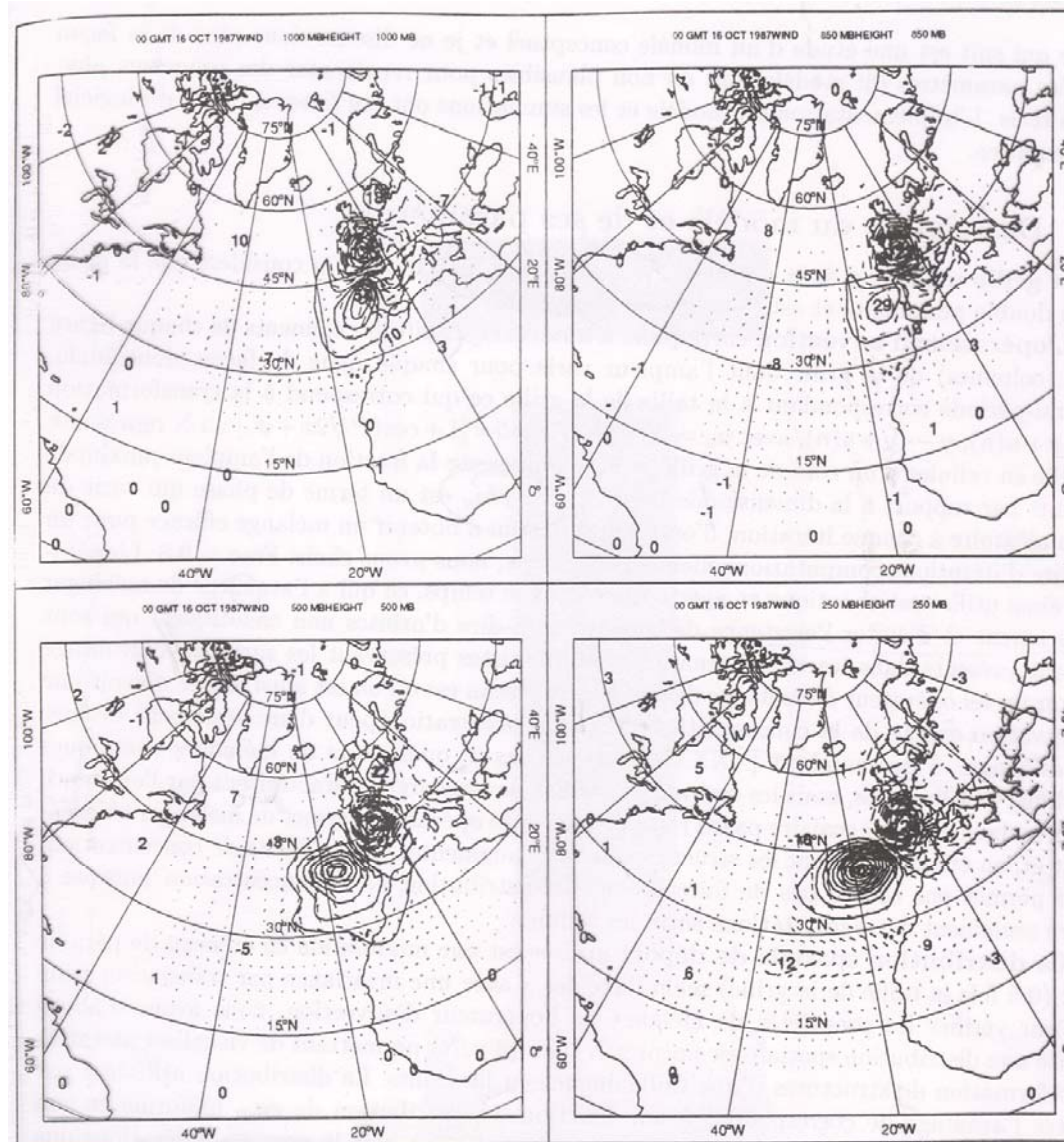


Same as before, but at the end of a 24-hr 4D-Var



Analysis increments in a 3D-Var corresponding to a u -component wind observation at the 1000-hPa pressure level (no temporal evolution of background error covariance matrix)

Thépaut *et al.*, 1993, *Mon. Wea. Rev.*, **121**, 3393-3414



Same as before, but at the end of a 24-hr 4D-Var

Thépaut *et al.*, 1993, *Mon. Wea. Rev.*, **121**, 3393-3414

3-day forecast from 3D-Var analysis



3-day forecast from 4D-Var analysis



3D-Var verifying analysis



4D-Var verifying analysis



ECMWF, Results on one FASTEX case (1997)

Problèmes météorologiques ont constitué un stimulant décisif dans le développement de compilateurs d'adjoints, qui génèrent le code adjoint d'un code donné (projets *Odyssée* et *Tapenade*, INRIA, logiciel *Tangent and Adjoint Model Compiler*, FastOpt, logiciel *YAO*, IPSL)

Contacts avec J. Morgenstern ont été à l'époque fort utiles

Four-Dimensional Variational Assimilation (4D-Var) is now used operationally at ECMWF, Météo-France, Meteorological Office (UK), Canadian Meteorological Service (together with an ensemble assimilation system), Japan Meteorological Agency

Model error is ignored

Strong Constraint Variational Assimilation. Can be extended to *Weak Constraint Variational Assimilation*, in which model error is taken into account.

Weak constraint variational assimilation allows for errors in the assimilating model

Data

- Background estimate at time 0

$$x_0^b = x_0 + \zeta_0^b \quad E(\zeta_0^b \zeta_0^{bT}) = P_0^b$$

- Observations at times $k = 0, \dots, K$

$$y_k = H_k x_k + \varepsilon_k \quad E(\varepsilon_k \varepsilon_k^T) = R_k$$

- Model

$$x_{k+1} = M_k x_k + \eta_k \quad E(\eta_k \eta_k^T) = Q_k \quad k = 0, \dots, K-1$$

Errors assumed to be unbiased and uncorrelated in time, H_k and M_k linear

Then objective function

$$(\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_K) \rightarrow$$

$$\mathcal{J}(\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_K)$$

$$= (1/2) (x_0^b - \xi_0)^T [P_0^b]^{-1} (x_0^b - \xi_0)$$

$$+ (1/2) \sum_{k=0, \dots, K} [y_k - H_k \xi_k]^T R_k^{-1} [y_k - H_k \xi_k]$$

$$+ (1/2) \sum_{k=0, \dots, K-1} [\xi_{k+1} - M_k \xi_k]^T Q_k^{-1} [\xi_{k+1} - M_k \xi_k]$$

Can include nonlinear M_k and/or H_k .

Autres problèmes

- Identification et assimilation d'images
- Observabilité (que faut-il observer pour connaître quoi ?)
- Interactions entre échelles spatiales (la connaissance de l'histoire des grandes échelles permet-elle de connaître les petites échelles ?)
- Assimilation (et prévision) pleinement bayésienne (filtres particuliers)
- Le système dynamique que constitue l'atmosphère est-il structurellement stable ?
- ...

. HDFLook project (LOA-USTL) (MODIS October 2 2002 [18h10]) ((Hurricane Hernan (Baja Cali

